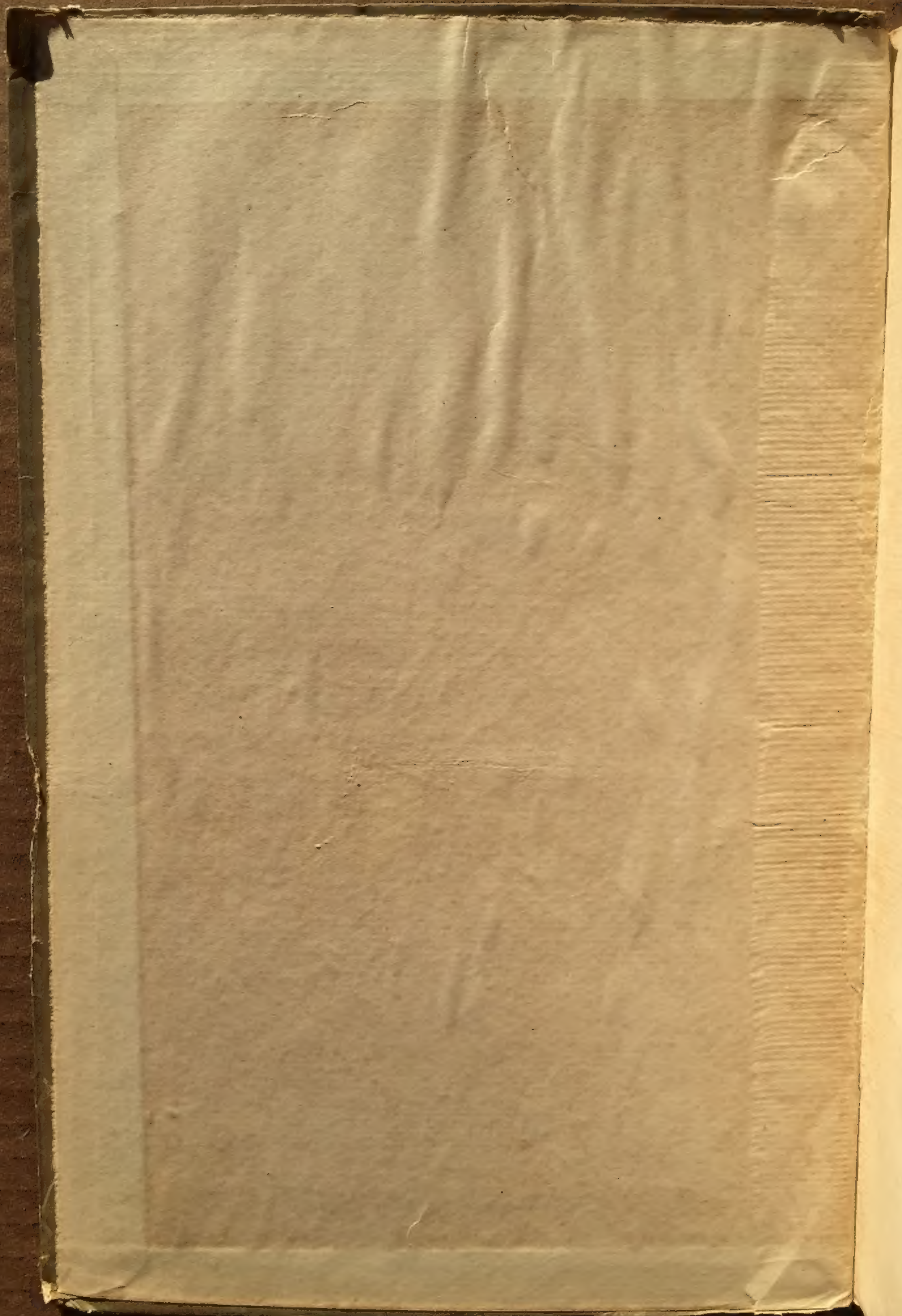


БИБЛИОТЕКА
БУХГАЛТЕРА И СЧЕТОВОДА

ПРОФ. Н. С. ЛУНСКИЙ

ВВЕДЕНИЕ
В
КОММЕРЧЕСКИЕ
ВЫЧИСЛЕНИЯ

ИЗДАТЕЛЬСТВО „ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ“



ВВЕ

КОМ

ВЫ

ИЗДАТЕЛЬ

БИБЛИОТЕКА БУХГАЛТЕРА И СЧЕТОВОДА

Проф. Н. С. ЛУНСКИЙ

ВВЕДЕНИЕ

В

КОММЕРЧЕСКИЕ
ВЫЧИСЛЕНИЯ

ИЗДАТЕЛЬСТВО „ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ“
МОСКВА—1925

Главлит № 35060.

Тираж 10.000 экз.

27-я типогр. „Красная Печать“. Москва, Остоженка, 10.

Сокращен
ариф

Сокращен

вычит

умнож

делени

Обращен

Приближ

появ

приб

„

„

„

Средств

Метрол

Денежн

Действ

Задач

Вычисл

Промил

Процен

Вычисл

Вычисл

Цепное

Прави

Вычисл

Таблиц

„

„

„

„

„

О Г Л А В Л Е Н И Е.

№№
паралл.

Сокращенное вычисление результатов четырех арифм. действий:

сложения	1
вычитания	2—3
умножения	4—22
деления	23—30
Обращение простых дробей в десят. и обратно . .	31

Приближенное вычисление:

понятие о приближении	32—36
приблизж. сложение	37
„ вычитание	38
„ умножение	39—42
„ деление	43—46
Средства упрощения вычислений	47—50
Метрология	51—56
Денежные системы	57—62
Действия над именованными числами	63—75
Задачи на вычисление времени	76
Вычисление процентов	77—88
Промилль	89
Проценты „на 100“ и „во 100“	90—106
Вычисление интересов	107—128
Вычисление интересов в Англии	129
Вычисление таксы, дней, капитала	130
Цепное правило	131—134
Правило смещения: задачи первого рода	135—143
„ второго „	144—145
Вычисление проб	146—155

Стран.

Т а б л и ц а	1-я О'Рурка	Стран.	34
"	2-я Крелля		37
"	3-я — шиллинги и пенсы в десят. долях фунта ст.	между	48 и 49
"	4а и 4б — фунты и шиллинги в пенсах		51—52
"	5-я — кварталы и фунты в десят. долях центнера		54
"	6-я — Guyer'a		95

0.000 3K3.
0.

Сокращенное в
ариф

1. Если слага
числу с нулями
прибавить это од
суммы вычест
лями и первым

2. Если
ному числ
в уме: выче
и к разно
ным числом

3. Вы
вычесть 56
чисел.

32091

5637

4264

672

21518

число, кот

справа циф

очевидно, е

шем эту

чаем 2. б)

к ним толь

сираем к

Сокращенное вычисление результатов четырех арифметических действий

С л о ж е н и е.

1. Если слагаемое, напр., 296 близко к однозначному числу с нулями (300), то сложение следует сделать в уме: прибавить это однозначное число к другому слагаемому и из суммы вычесть разность между однозначным числом с нулями и первым слагаемым: $457 + 296 = (457 + 300) - 4 = 753$.

В ы ч и т а н и е.

2. Если вычитаемое, напр., 296 близко к однозначному числу с нулями (300), то вычитание следует сделать в уме: вычесть это однозначное число (300) из уменьшаемого и к разности прибавить разность между однозначным числом и вычитаемым: $753 - 296 = (753 - 300) + 4 = 457$.

3. Вычитание посредством сложения: из 32091 вычесть $5637 + 4264 + 672$, не находя отдельно суммы этих чисел.

32091 уменьшаемое.

5637

4264

672

21518

. . . }

. . . }

. . . }

. . . разность.

а) Сложим простые единицы вычитаемых: $2 + 4 + 7 = 13$, подберем к 13-ти и запишем в столбце простых единиц разности такое однозначное

число, которое, будучи прибавлено к 13-ти, дало бы в сумме справа цифру единиц уменьшаемого, т.-е. 1; такое число, очевидно, есть 8, так как $13 + 8 = 21$; говорим: 13 да 8 (пишем эту цифру в столбце единиц разности) 21, замечаем 2. б) Складываем десятки вычитаемых, присоединив к ним только что замеченную цифру: $7 + 6 + 3 + 2 = 18$; подбираем к 18-ти и записываем в столбце десятков раз-

ности такое однозначное число, которое, будучи прибавлено к 18-ти, дало бы в сумме справа цифру десятков уменьшаемого, т.-е. 9; такое число, очевидно, есть 1, так как $18 + 1 = 19$; говорим: $18 + 1$ (пишем эту цифру в столбце десятков разности) 19; замечаем 1 для присоединения к сумме сотен вычитаемых. Так поступая и дальше, получаем последовательно от правой руки к левой цифры разности.

У м н о ж е н и е.

4. Множитель следует записывать рядом с множимым, помещая между ними знак умножения: 568×32 . Для нахождения частных произведений следует цифры множителя брать в том порядке, который допускает упрощение. Напр., если множитель начинается или оканчивается единицею, то умножение следует начинать с этой цифры, при чем множимое следует принять за первое частное произведение:

$$\begin{array}{r} 568 \times 1 \dots\dots 568 \times 31 \\ 568 \times 30 \dots\dots 1704 \\ \hline 17608 \end{array} \quad \begin{array}{r} 568 \times 10 \dots\dots 568 \times 13 \\ 568 \times 3 \dots\dots 1704 \\ \hline 7384 \end{array}$$

5. Если одна цифра множителя (напр., 2) представляет делитель другой цифры (напр., 6), то цифры множителя следует брать в таком порядке, чтобы сначала пришлось умножить на цифру-делитель (2), а позже на цифру-делимое (кратное) (6). Напр., умножить 7835×268 и 7835 умножить на 862:

$$\begin{array}{r} 7835 \times \overrightarrow{268} \\ 15670 \dots\dots 7835 \times 2 \\ \rightarrow 47010 \dots\dots 15670 \times 3 (6:2=3) \\ 62680 \dots\dots 15670 + 47010 \\ \hline 2099780 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7835 \times \overleftarrow{862} \\ 15670 \dots\dots 7835 \times 2 \\ 47010 \leftarrow \dots\dots 15670 \times 3 (6:2=3) \\ 62680 \dots\dots 15670 + 47010 \\ \hline 6753770 \end{array}$$

Так как 7835×6 втрое больше 7835×2 , то вместо того, чтобы умножать 7835 на 6, умножаем 15670 (7835×2) на 3;

так как 7835×8 равно сумме произведений 7835×2 и 7835×6 , которые нам известны, то последнее частное произведение находим, сложив первые два частных произведения.

Примечание. При записывании частных произведений полезно заметить: в каком направлении мыдвигаемся, когда берем для умножения цифры множителя, в том самом направлении следует отступать, записывая цифры частных произведений (сравни направления, указанные стрелками в примерах).

6. Если множитель—какое-нибудь число, оканчивающееся нулями, то умножаем множитель на значащие цифры множителя, а к произведению приписываем все отброшенные нули. Если множимое и множитель оканчиваются нулями, то отбрасываем эти нули, перемножаем оставшиеся числа, к произведению приписываем все отброшенные нули.

7. Будем называть арифметическим дополнением или просто дополнением данного числа разность между единицей с таким числом нулей, сколько цифр в данном числе, и данным числом: так, дополнение числа 873 есть $1000 - 873 = 127$; дополнение числа 96870 есть $100000 - 96870 = 3130$ и т. п. Цифры дополнения следует писать от левой руки к правой, вычитая цифры данного числа из девяти, последнюю значащую цифру—из десяти; нули, стоящие вправо,—переписывать (см. выше примеры).

8. Если множитель близок к единице с нулями, то умножение следует произвести при помощи арифм. дополнения: 1) умножить множимое на единицу с нулями; 2) затем его же умножить на дополнение; 3) из первого произведения вычесть второе. Напр., произведение 7246×96 будет найдено так:

$$\begin{array}{r} \text{Вычесть} \quad 724600 \dots\dots\dots 7246 \times 100 \\ \quad \quad 28984 \dots\dots\dots 7246 \times 4 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} 724600 \\ 28984 \end{array}} \right\} \text{ так как } 96 = 100 - 4$$

$$\hline 695616$$

Из определения умножения следует, что число 7246 требуется повторить слагаемым 96 раз; мы повторяем

его слагаемым 100 раз и из результатов исключаем сумму лишнего числа слагаемых (4).

9. Вообще, когда дополнение множителя представляет число, более удобное для умножения, чем самый множитель, то следует применять прием предыдущего параграфа. Напр., произведение 68543×685 следует найти так: 1) $68543 \times 1000 = 68543000$; 2) $68543 \times 315 = 21591045$ (так как $685 = 1000 - 315$); 3) $68543000 - 21591045 = 46951955$. Частные произведения, получающиеся от умножения 68543 на 315, можно подписать под 68543000 и применить вычитание посредством сложения (§ 3):

68543×315	$\begin{array}{r} 68543 \times 685 \text{ (315)} \\ \hline 68543000 \\ 205629 \\ 1028145 \\ \hline 46951955 \end{array}$	<p>в скобках дополнение числа 685</p> <p>68543×1000</p> <p>68543×3 (число сотен)</p> <p>$205629 \times 5 = 68543 \times 15$ (§ 5)</p> <p>последняя цифра—прост. един.</p>
--------------------	--	--

1) $5 + 5 = 10$, 5 пишем, 1 замечаем (§ 3); 2) $4 + 1$ (замеч.) $= 5$, $5 + 5 = 10$, 5 пишем, 1 замечаем; 3) $1 + 9 + 1$ (замеч.) $= 11$, $11 + 9 = 20$, 9 пишем, 2 замечаем; 4) $8 + 2 + 2$ (замеч.) $= 12$, $12 + 1 = 13$, 1 пишем, 1 замечаем и т. д.

10. Если дополнения множимого и множителя соответственно меньше данных чисел и представляют более удобные для умножения числа, то действия следует производить над дополнениями. Напр., чтобы умножить 992×985 , находим: 1) дополнение множимого: $1000 - 992 = 8$; 2) дополнение множителя: $1000 - 985 = 15$; 3) вычитаем дополнение множимого из множителя или дополнение множителя из множимого (результат один и тот же): $985 - 8 = 977$ (или $992 - 15 = 977$); 4) к разности приписываем столько нулей, сколько цифр имеет множитель; 5) перемножаем дополнения: $15 \times 8 = 120$; 6) последние два результата складываем: $977000 + 120 = 977120$ —это и есть искомое произведение.

Множитель должен иметь столько же цифр, сколько и множимое; если он имеет меньше цифр, то следует приписать к нему справа столько нулей, чтобы числа цифр множителя и множимого уравнились; в произведении, найденном по указанному правилу, следует отбросить столько

нулей, сколько их было приписано к множителю. Напр., умножить 985 на 96; умножаем 985×960 , как показано выше:

1) $1000 - 985 = 15$, 2) $1000 - 960 = 40$, 3) $960 - 15 = 945$, 4) $945 \times 1000 = 945000$, 5) $40 \times 15 = 600$, 6) $945000 + 600 = 945600$; отбросив здесь один нуль, получаем искомое произведение: $985 \times 96 = 94560$.

Пример: Умножить 687×829 . Вычисление располагаем так:

$$\begin{array}{r}
 313 \times 171 \quad \dots \dots \text{дополнения.} \\
 687 \times 829 \\
 \hline
 516000 \quad \dots \dots 687 - 171 \text{ или } 829 - 313 \text{ (вычитание накрест).} \\
 \quad 313 \quad \dots \dots 313 \times 1 \\
 \quad 2191 \quad \dots \dots 313 \times 70 \\
 \quad 313 \quad \dots \dots 313 \times 100 \\
 \hline
 569523
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 313 \times 171$$

Объяснение. Представим: множимое $10^n - c_1$, множитель $10^n - c_2$, где c_1 и c_2 арифм. дополнения множимого и множителя; найдем произведение $(10^n - c_1)(10^n - c_2)$, сгруппировав его члены след. образом: $(10^n - c_1 - c_2)10^n + c_1 c_2$ — отсюда ясно видно указанное правило, а также видно, почему разность от вычитания дополнения множителя (c_2) из множимого ($10^n - c_1$) равна разности от вычитания дополнения множимого (c_1) из множителя ($10^n - c_2$); ■ самом деле: $10^n - c_1 - c_2 = 10^n - c_2 - c_1$.

11. Множитель близок к какому-нибудь числу десятков, сотен, тысяч и т. п., напр., 47, 695, 5973 и т. п. Пример: 67542×695 . Заметив, что $695 = 700$ минус 5, умножаем: 1) 67542 на 700, 2) 67542 на 5, 3) из первого произведения вычитаем второе: $47279400 - 337710 = 46941690$ (срв. § 8).

12. Множимое на столько больше какого-нибудь круглого числа, на сколько множитель меньше того же числа: напр., 28×32 — здесь 32 больше 30-ти на 2, а 28 меньше 30 на 2. В этом случае произведение можно найти так: 1) умножаем круглое число само на себя: $30 \times 30 = 900$; 2) умножаем разницу между круглым числом и данным также само на себя: $2 \times 2 = 4$; 3) из первого произведения вычитаем второе: $900 - 4 = 896$. Еще пример: 395×405 ; заметив, что $395 = 400 - 5$, а $405 = 400 + 5$, находим: 1) $400 \times 400 = 160000$, 2) $5 \times 5 = 25$, 3) $160000 - 25 = 159975$.

Объясняется этот прием тем, что данные сомножители представляют произведение разности двух чисел на их сумму, а такое произведение, как известно из алгебры, равно разности квадратов тех же чисел.

13. Множитель: $18 = 9 \times 2$, $27 = 9 \times 3$, $36 = 9 \times 4$ и т. п., т.-е. двузначное число, кратное девяти. Заметив, что $18 = 20 - 2$, $27 = 30 - 3$, $36 = 40 - 4$ и т. д., умножаем данное число на 20, 30, 40 и т. д. и из произведения вычитаем десятую часть результата. Пример: 687×27 , находим $687 \times 30 = 20610$ и вычитаем отсюда $687 \times 3 = 2061$; получаем: $20610 - 2061 = 18549$.

14. Множитель — число 5; так как 2 раза 5 составляет 10, то, разделив множимое на 2, узнаем, сколько в искомом произведении десятков; напр., $48 \times 5 = 24$ десятка ($48 : 2 = 24$); $232 \times 5 = 116$ десятков ($232 : 2$), т.-е. 1160. Если при делении на 2 получается остаток (1), то рядом с частным записываем 5; напр., $49 \times 5 = 245$, $233 \times 5 = 1165$.

15. Множитель — число 25. Пример 1: 428×25 ; так как 4 раза 25 составляют 100, то, разделив множимое на 4, узнаем, сколько в искомом произведении сотен; напр., так как $428 : 4 = 107$, то искомое произведение содержит 107 сотен, т.-е. равно 10700. Если данное множимое не делится на 4, то мы разложим его на две части: часть, делящуюся на 4, и часть, не делящуюся на 4; умножим отдельно обе части на 25 и произведения сложим. Вторая часть, очевидно, будет представляться одним из следующих чисел: 1, 2, 3 (остатки от деления на 4). Пример 2: Умножить 431×25 ; представим 431 в виде суммы: $428 + 3$; умножив 428 на 25, найдем (см. пример 1) 10700, а $3 \times 25 = 75$; сложив, получим $431 \times 25 = 10700 + 75 = 10775$. Заметив, что произведение первой части множимого на 25 всегда будет оканчиваться двумя нулями, а произведение второй части на 25 всегда будет двузначным числом, можно принять такое правило: чтобы получить произведение на 25, разделим множимое на 4; если деление выйдет без остатка, то припишем к частному два нуля; если получится остаток, то к частному припишем справа произведение числа 25 на остаток.

Примеры: $\begin{array}{r} 428 \times 25 \\ \hline 107_{00} \end{array}$ $\begin{array}{r} 429 \times 25 \\ \hline 107_{25} \end{array}$ $\begin{array}{r} 430 \times 25 \\ \hline 107_{50} \end{array}$ $\begin{array}{r} 431 \times 25 \\ \hline 107_{75} \end{array}$

16. Множитель — число 125; так как 8 раз 125 составляют 1000, то при помощи рассуждений, сходных с рассуждениями предыдущего параграфа, можно установить правило: чтобы получить произведение на 125, разделим множимое на 8; если деление выйдет без остатка, припишем к частному три нуля (так как в частном получится число тысяч); если получится остаток, то к частному припишем справа произведение числа 125 на остаток.

Примеры: $\begin{array}{r} 7288 \times 125 \\ \hline 911_{000} \end{array}$ $\begin{array}{r} 7293 \times 125 \\ \hline 911_{625} \end{array}$ приписано число 125×5

17. Прием для умственного вычисления. Один из сомножителей увеличиваем в несколько раз, другой сомножитель во столько же раз уменьшаем. Пример 1: 45×22 ; мысленно увеличиваем множимое в два раза, а множитель уменьшаем в два раза; получаем: $90 \times 11 = 990$. Пример 2: 225×32 ; множимое увеличиваем в 4 раза, а множитель уменьшаем в 4 раза; получаем: $900 \times 8 = 7200$. Этот прием особенно выгоден в тех случаях, когда множимое оканчивается цифрами 5, 25, 125, а множитель делится на 2, 4, 8.

18. Умножение на обыкновенную дробь. Самый удобный множитель — дробь с единицей в числителе: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ и т. п.; в этом случае произведение найдем, разделив множимое на знаменатель дроби: напр., $683 \times \frac{1}{4} = 170\frac{3}{4}$. Такая дробь называется аликвотной.

Если данная дробь не аликвотна, то ее можно заменить суммой аликвотных дробей, умножить данное множимое на каждое слагаемое, сумму произведений сложить. Напр., $\frac{11}{16}$ можно представить в виде суммы: $\frac{8}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}$. Слагаемые находятся следующим образом: отделим от числителя (11) столько единиц, сколько их содержит $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ или другая какая-нибудь возможно большая доля знаменателя; такое число в данном примере 8, так как 8 есть половина 16-ти. Отделив от числителя 8, получаем еще в остатке 3; от этого последнего числа отделим столько единиц, сколько их содержит $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ или т. п. возможно большая доля только что отделенного числа: такое число, очевидно, есть 2, так как

2 есть четверть 8-ми. Так же поступаем дальше до тех пор, пока последний остаток не составит какой-нибудь крупной доли одного из отделенных раньше чисел. Затем представляем:

$$11/16 = \frac{8 + 2 + 1}{16} = 8/16 + 2/16 + 1/16; \text{ по сокращении получим}$$

сумму аликвотных дробей. Полезно заметить, что каждая последующая дробь делит все предыдущие дроби: так, $1/16$ делит дроби $1/8$ и $1/2$; для того, чтобы найти частное этих дробей, следует рассматривать их до сокращения: так как знаменатели этих дробей одинаковы, то их частное равно частному их числителей; напр., частное дробей $8/16 : 2/16$ равно частному $8 : 2 = 4$.

Пример: Умножить 684 на $11/16$. Решение: Заменим $11/16$ суммой аликвотных дробей, умножим 684 на слагаемые, произведения сложим:

$$\begin{array}{rcl} 342 & . & . & . & . & . & 684 \cdot 8/16 = 684 \cdot 1/2 \\ 85,5 & . & . & . & . & . & 684 \cdot 2/16 = 342 : 4 \quad [8/16 : 2/16] \\ 42,75 & . & . & . & . & . & 684 \cdot 1/16 = 85,5 : 2 \quad [2/16 : 1/16] \\ \hline 470,25 \end{array}$$

В отдельных умножениях множимые одинаковы (684), а каждый новый множитель представляет делитель одного из предыдущих; поэтому новое произведение (напр., 85,5) следует вычислять посредством деления раньше найденного числа (342) на частное от деления соответствующих множителей [$8/16 : 2/16 = 4$].

Если множитель представляет дробь, которая отличается от единицы на аликвотную дробь [напр., $7/8 = 1 - 1/8$], то произведение следует вычислять при помощи этой аликвотной дроби.

Пример 1:

$$684 \times 7/8 = 684 \times 1 - 684 \times 1/8 = 684 - 85,5 = 598,5.$$

Пример 2:

$$426 \times 3/4 = 426 - 426 \times 1/4 = 426 - 106 1/2 = 319 1/2.$$

19. Умножение на смешанное число: напр., $342 \times 1269 5/8$. Умножаем: 1) множимое на дробь множителя, как показано в предыдущем параграфе, 2) множимое на целое число множителя, 3) произведения складываем.

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 342 \times 1269\frac{5}{8} \\
 171 \dots\dots\dots 342 \cdot \frac{4}{8} = 342 \cdot \frac{1}{2} \\
 42\frac{3}{4} \dots\dots\dots 342 \cdot \frac{1}{8} = 171 : 4 \\
 2538 \dots\dots\dots 1269 \times 2 \\
 5076 \dots\dots\dots 2538 \times 2 \\
 3807 \dots\dots\dots 253 \cdot 3 + 342 \\
 \hline
 434211\frac{3}{4}
 \end{array}$$

Пример 2:

$$\begin{array}{r}
 832 \times 29\frac{5}{6} \dots\dots\dots 29\frac{5}{6} = 30 - \frac{1}{6} \\
 24960 \dots\dots\dots 832 \times 30 \\
 138\frac{2}{3} \dots\dots\dots 832 \times \frac{1}{6} \} \text{ вычесть.} \\
 \hline
 24821\frac{1}{3}
 \end{array}$$

20. Полезно заметить следующие разложения:

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{4} &= 1 - \frac{1}{4}; \quad \frac{3}{8} = \frac{1}{4} [\frac{2}{8}] + \frac{1}{8}; \quad \frac{5}{8} = \frac{1}{2} [\frac{4}{8}] + \frac{1}{8}; \quad \frac{7}{8} = 1 - \frac{1}{8}; \\
 \frac{3}{16} &= \frac{1}{8} [\frac{2}{16}] + \frac{1}{16}; \quad \frac{5}{16} = \frac{1}{4} [\frac{4}{16}] + \frac{1}{16}; \quad \frac{7}{16} = \frac{1}{2} [\frac{8}{16}] - \frac{1}{16}; \\
 \frac{9}{16} &= \frac{1}{2} [\frac{8}{16}] + \frac{1}{16}; \quad \frac{11}{16} \text{ (см. пример в § 18); } \frac{13}{16} = \frac{1}{2} [\frac{8}{16}] + \\
 &\quad + \frac{1}{4} [\frac{4}{16}] + \frac{1}{16}; \quad \frac{15}{16} = 1 - \frac{1}{16}; \quad \frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3}.
 \end{aligned}$$

21. Умножение десятичной дроби на единицу с нулями: во множимом следует перенести запятую вправо через столько цифр, сколько нулей во множителе; например, $83,5274 \times 1000 = 83527,4$. Если на правой стороне не окажется достаточного числа цифр, то на месте недостающих цифр следует поставить нули: например, $84,5 \times 1000 = 84,500 \times 1000 = 84500$.

22. Умножение десятичной дроби на число, оканчивающееся нулями: умножаем множимое на значащую часть множителя, в произведении отделяем запятой справа столько цифр, сколько имеется десятичных знаков во множимом, минус число нулей в обозначении множителя; напр., $4,52784 \times 3000 = 13583,52$ (отделено $5 - 3 = 2$ цифры).

Деление.

23. Упрощения при нахождении частных произведений: 1) если цифра частного—5, то применить прием § 14; 2) если последующая цифра частного представляет кратное

одной из предыдущих, то произведение, соответствующее предыдущей цифре, следует помножить на частное от деления последующей цифры частного на предыдущую (показатель кратности); напр., сначала мы получили в частном цифру 3, а позже цифру 6; имеющееся частное произведение на 3 следует помножить на 2 ($6:3$), получится частное произведение на 6 (срв. § 5); 3) если последующая цифра частного на единицу больше или меньше какой-либо из предыдущих цифр, то новое частное произведение можно получить из имеющегося уже частного произведения путем прибавления делителя в первом случае и вычитания его во втором случае; 4) если последующая цифра частного равна сумме каких-нибудь двух предыдущих, то произведения, соответствующие предыдущим цифрам следует сложить:

$$\begin{array}{r}
 1784315 \quad 485 \\
 1455 \quad | \quad 3679 \\
 \hline
 3293 \\
 2910 \quad . \quad . \quad . \quad 1455 \times 2, \text{ так как } 6:3 = 2 \text{ (§ 5)} \\
 \hline
 3831 \\
 2910 \\
 485 \quad 3395 \quad . \quad . \quad . \quad \text{к } 485 \times 6 = 2910 \text{ прибавляем } 485 \\
 \hline
 4365 \\
 1455 \\
 2910 \quad 4365 \quad . \quad . \quad \text{складываем } 485 \times 3 = 1455 \text{ и } 485 \times 6 = 2910
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{В этих двух} \\ \text{случаях мож-} \\ \text{но применить} \\ \text{прием § 3.} \end{array}$$

24. Упрощения при нахождении остатков от деления: 1) если в частном получается цифра 9, то соответств. остаток можно найти так: прибавить к делимому делитель и из суммы вычесть увеличенный в 10 раз делитель; 2) если в частном получена цифра 8, то соответств. остаток можно найти, прибавив к делимому удвоенный делитель и вычтя из суммы увеличенный в 10 раз делитель.

Примеры:

$$\begin{array}{r}
 23723 \quad | \quad 2635 \\
 + 2635 \\
 \hline
 26358 \\
 - 26350 \quad . \quad . \quad . \quad 2635 \times 10 \\
 \hline
 8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 21082 \quad | \quad 2635 \\
 + 5270 \\
 \hline
 26352 \\
 - 26350 \quad . \quad . \quad . \quad 2635 \times 10 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

25. В некоторых случаях выгодно находить остатки от деления при помощи арифметического дополнения делителя (§ 7) след. образом: положим, напр., требуется найти остаток

от деления 5927 на 954; находим цифру частного 6; умножаем ее на дополнение делителя 46 (1000—954), произведение $46 \times 6 = 276$ прибавляем к делимому: $5927 + 276 = 6203$, в сумме отбрасываем старшую цифру (6), оставшиеся цифры (203) представят искомый остаток.

Пример 1:

$$\begin{array}{r} 5927 \quad 46 \text{ . . . дополнение делителя до } 1000 \\ \hline 954 \\ 46 \times 6 \text{ . . . } + 276 \quad 6 \\ \hline \end{array}$$

отбросить цифру 6—6203 остаток 203

Этот прием можно объяснить следующим образом: делимое (5927) заключает в себе произведение частного на делитель (6×954) плюс некоторый остаток, который требуется найти; если прибавить к делимому 6×46 , то новое делимое 6203 будет заключать в себе $954 + 46 = 1000$ раз 6, т.-е. 6000 плюс тот же остаток; вычтя **6000** из 6203, получим искомый остаток (отбросив старшую цифру 6, мы производим в данном случае вычитание **6000**).

Применяя показанный прием, нужно иметь в виду следующие два признака верности взятой в частном цифры: 1) старшая цифра суммы, полученной от прибавления к делимому произведения делителя на цифру частного (в нашем примере цифра 6), должна быть равна найденной цифре частного; 2) остаток должен быть меньше делителя. Если старшая цифра суммы больше найденной цифры частного, то в частном следует взять больше.

Пример 2:

$$\begin{array}{r} 3500 \quad 305 \text{ . . . дополнение делителя.} \\ \hline 695 \\ + 1525 \quad 5 \\ \hline \end{array}$$

Отбросить 5—5025 остаток 25

Здесь имеют место оба признака верности—деление верно.

Пример 3:

$$\begin{array}{r} 3500 \quad 305 \\ \hline 695 \\ + 1220 \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

Отбросить 4—4720 остаток 720

Здесь имеет место только первый признак верности; так как остаток (720) больше делителя (695), то деление не верно. Легко исправить ошибку: из остатка вычесть делитель, в частном взять на единицу больше.

Пример 4:

$$\begin{array}{r|l}
 3500 & 105 \\
 + 420 & 895 \\
 \hline
 3920 & 4
 \end{array}$$

Деление не верно.

Пример 5:

$$\begin{array}{r|l}
 3500 & 105 \\
 + 315 & 895 \\
 \hline
 & 3
 \end{array}$$

Отбрасываем 3—**3815**.....остаток 815

Деление верно.

Пример 6:

$$\begin{array}{r|l}
 652877 & 2000-1 \\
 1 \times 3 \dots + 3 & 1999 \\
 \hline
 6531 & 326 \\
 - 2000 \times 3 \dots 6000 & \\
 \hline
 5317 & \\
 1 \times 2 \dots + 2 & \\
 \hline
 5319 & \\
 - 2000 \times 2 \dots 4000 & \\
 \hline
 13197 & \\
 1 \times 6 \dots + 6 & \\
 \hline
 13203 & \\
 - 2000 \times 6 \dots 12000 & \\
 \hline
 1203 &
 \end{array}$$

Делитель 1999 представляем в виде разности 2000—1; найденную цифру частного умножаем на вычитаемое (1), произведение прибавляем к делимому; из суммы вычитаем произведение найденной цифры частного на уменьшаемое (2000).

Пример 7:

$$\begin{array}{r|l}
 95865 & 3000-15 \\
 15 \times 3 \dots + 45 & 2985 \\
 \hline
 9631 & 32 \\
 - 3000 \times 3 \dots 9000 & \\
 \hline
 6315 & \\
 15 \times 2 \dots + 30 & \\
 \hline
 6345 & \\
 - 3000 \times 2 \dots 6000 & \\
 \hline
 345 &
 \end{array}$$

26. Делимое—целое число, делитель—единица с нулями. Отделяем ■ делимом справа столько цифр,

сколько замечаем нулей в делителе; цифры влево от запятой представят частное, цифры вправо от запятой—остаток. Напр., от деления 18627 на 100, получим в частном 186, в остатке 27.

Отсюда видим, что самый удобный делитель—единица с нулями: деление на это число совершается мгновенно.

27. Делимое—десятичная дробь, делитель—единица с нулями: в делимом следует перенести запятую влево через столько цифр, сколько нулей в делителе: напр., $23856,27 : 1000 = 23,85627$. Если на левой стороне не окажется достаточного числа цифр, то на месте недостающих цифр следует поставить нули: напр., $23,85 : 10000 = 0,002385$.

28. Делитель—число, оканчивающееся нулями: в делителе зачеркиваем нули, в делимом переносим запятую влево через столько цифр, сколько нулей в делителе зачеркнуто (поступив так, мы уменьшим делимое и делитель в одинаковое число раз, от чего частное не изменится, а делитель примет более простой вид); если делимое—целое число, то к нему можно приставить запятую справа рядом с цифрой единиц и применить данное правило.

Пример 1:

$$67245,6 : 6000 = 67,2456 : 6 = 11,2076$$

Пример 2:

$$672456 : 6000 = 672456, : 6000 = 672,456 : 6 = 112,076$$

29. Делитель—десятичная дробь: сначала пишем делимое, перенеся в нем запятую вправо через столько цифр, сколько замечаем десятичных знаков в делителе, затем пишем делитель без запятой (поступив так, мы увеличим делимое и делитель в одинаковое число раз, от чего частное не изменится, а делитель обратится в целое число). Напр., чтобы получить частное от деления 86,3247 на 2,175, делим 86324,7 на 2175.

Рассматривая только целые числа делимого и делителя (86 и 2), можно сообразить, сколько цифр получится в целой части частного, и делать деление, не обращая внимания на запятые; так, в данном примере, очевидно, полу-

чится две цифры в целой части частного: делим 863247 на 2175, после второй цифры частного ставим запятую.

30. Делитель — 5, $5 \times 5 = 25$, $5 \times 5 \times 5 = 125$ и т. п. Пример: $48627 : 25$, умножим делимое ■ делитель на 4, от чего частное не изменится, а делитель обратится в число, удобное для деления — 100 (§ 26); следов., $48627 : 25 = 194508 : 100 = 1945,08$.

Так же получим след. правила: 1) делитель — 5; частное получим, умножив делимое на 2 и разделив произведение на 10, 2) делитель — 125; частное получим, умножив делимое на 8 и разделив полученное произведение на 1000.

Легко установить следующее общее правило: чтобы разделить какое-нибудь число на степень пяти (5^1 , 5^2 , 5^3 и т. п.), следует делимое умножить на соотв. степень двух, произведения разделить на соотв. степень десяти.

Обращение простых дробей в десятичные ■ обратно.

31. Следующие результаты часто встречаются в коммерческих вычислениях:

$$\frac{1}{4} = 0,25; \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5; \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\frac{1}{3} = 0,333...; \frac{2}{3} = 0,666...$$

$$\frac{1}{8} = 0,125; \frac{3}{8} = 0,375; \frac{5}{8} = 0,625; \frac{7}{8} = 0,875$$

$$\frac{1}{6} = 0,1666...; \frac{5}{6} = 0,8333...$$

$$\frac{1}{5} = 0,2; \frac{2}{5} = 0,4; \frac{3}{5} = 0,6; \frac{4}{5} = 0,8$$

Эти результаты следует заучить от левой руки к правой ■ обратно.

Приближенное вычисление

Понятие о приближении.

32. Положим, произведя вычисление, мы получили число 7,54384 (будем называть его точным). Если в этом числе отбросить справа несколько цифр, то получится приближение нашего числа; это приближение будет меньше точного числа или «приближение с недостатком». Если в точном числе отбросить справа несколько цифр и при том увеличить последнюю сохраненную цифру, то полученное приближение будет больше точного числа или «приближение с избытком». Разность между точным числом и его приближением называется ошибкой (погрешностью) приближения; так, если мы возьмем приближение с недостатком 7,543, то ошибка его будет $7,54384$ минус $7,543 = 0,00084$; если возьмем приближение с избытком 7,544, то ошибка его $7,544$ минус $7,54384 = 0,00016$. Ошибка всякого приближения не превышает одной единицы того разряда, к которому принадлежит последняя сохраненная цифра справа; так, в наших примерах ошибка приближений меньше 0,001 (здесь 0,001 — высший предел ошибки).

33. Для того, чтобы уменьшить ошибку приближения, а именно — понизить ее высший предел до $\frac{1}{2}$ единицы последнего сохраненного разряда, применяется следующее «правило отбрасывания десятичных знаков»: если первый из отброшенных знаков 5 или больше 5-ти, то последний сохраненный знак увеличивается на 1 («форсируется»); если первый отброшенный знак меньше 5-ти, то последний сохраненный остается без изменения; следов., ■ первом случае берется приближение с избытком, во втором случае — с недостатком. Так, если в дроби 127,236397

нужно удержать два десятичных знака, то берем 127,24, ошибка этого приближения $127,24 - 127,236397 = 0,003603$ меньше $\frac{1}{2}$ сотой доли, т.-е. 0,005; если нужно удержать три десятичных знака, берем 127,236 с ошибкой $127,236397 - 127,236 = 0,000397$ меньше $\frac{1}{2}$ тысячной доли, т.-е. 0,0005.

Если отброшенная цифра есть единственная и равная 5-ти (напр., в числе 12,425 требуется сохранить два десятичных знака), то приближению с избытком (12,43) и приближению с недостатком (12,42) отвечает одна и та же ошибка по величине (0,005); если такое приближение представляет окончательный результат вычисления, то принято брать приближение с избытком; если же это один из промежуточных результатов, то от усмотрения вычисляющего зависит взять то или другое приближение.

Так же поступают в том случае, если по тем или иным причинам отбрасывают цифры справа в целом числе: если, напр., в числах 12542 и 23687 требуется сохранить только сотни и высшие разряды, то будет взято соответственно: 125 и 237. Полезно при вычислении в промежуточных результатах отмечать приближения с избытком каким-нибудь значком, напр., черточкой или звездочкой, или знаком $+$.

34. Если точное число выражается целым числом с простой дробью, то, очевидно, соответственно правилу § 33, получим след. «правило отбрасывания простых дробей»: если отброшенная дробь больше $\frac{1}{2}$ единицы, то целое число следует увеличить на единицу; если отброшенная дробь меньше $\frac{1}{2}$, то целое следует взять без изменения; если отброшено ровно $\frac{1}{2}$, то в окончательном результате принято увеличивать целое на 1 (срв. § 33, петит).

Примеры: Точные числа: 1) $18\frac{3}{8}$, 2) $18\frac{5}{8}$, 3) $18\frac{1}{2}$, 4) $\frac{3}{4}$, 5) $\frac{7}{16}$; приближения с ошибкой не более $\frac{1}{2}$ единицы: 1) 18, 2) 19, 3) 18 или 19, 4) 1, 5) 0 (если точное число выражается правильной дробью, то рядом с этой дробью следует представить нуль целых и применить правило).

35. Приближение, которому отвечает ошибка не более $\frac{1}{2}$ единицы такого-то разряда, называется «приближением с точностью до $\frac{1}{2}$ единицы такого-то разряда», следов., если, напр., известно, что 18,27 есть приближение «с точностью до $\frac{1}{2}$ сотой доли», то это означает, что 18,27

отличается от точного числа в ту или другую сторону (т.-е. больше или меньше его) не более как на $\frac{1}{2}$ сотой доли (вообще, ошибка будет меньше $\frac{1}{2}$ сотой доли; ■ частном случае, если была отброшена единственная цифра 5, то ошибка равна $\frac{1}{2}$ сотой доли).

36. Строгое применение правил приближенного вычисления, выработанных теорией, неприемлемо в коммерческих вычислениях, так как сопряжено с значительной затратой труда и времени; коммерческая же практика требует простых и скорых приемов вычислений, поступаясь до известной степени точностью результатов (срв., напр., § 117). Поэтому в последующем даются правила, измененные согласно этому последнему требованию и могущие в редких случаях дать результат с точностью не в $\frac{1}{2}$ единицы заданного разряда, а в одну единицу.

Приближенное сложение.

37. Положим, требуется найти сумму с точностью до $\frac{1}{2}$ сотой доли; если число слагаемых не значительно (напр., не более 8-ми), то берем еще один десятичный знак сверх тех, которые ищутся в сумме, т.-е. в данном примере берем всего три десятичных знака; в случае большого числа слагаемых берем два лишних десятичных знака. Отбрасывая знаки, применяем правило § 33.

Пример: Найти с точностью до $\frac{1}{2}$ сотой доли сумму:
 $5,42877 + 18,447369 + 44,563968 + 163,18235$.

5,429	первая отброшенная цифра 7, берем 8 + 1
18,447	" " " 3 " 7
44,564	" " " 9 " 3 + 1
163,182	" " " 3 " 2
231,622	Ответ 231,62 (точная сумма 231,622467).

В редких случаях ошибка будет больше $\frac{1}{2}$ сотой доли, но не больше 0,01.

Если мы возьмем все слагаемые с недостатком или все слагаемые с избытком, то ошибка суммы будет равна сумме ошибок слагаемых; если же одни слагаемые будут взяты с недостатком, а другие с избытком (§ 33), то ошибка суммы будет меньше суммы ошибок, так как в таком случае имеет место „компенсация ошибок“, т.-е. ошибка в одну сторону частично

покрывается ошибкой в другую сторону. Отличая форсированные (увеличенные на единицу) цифры, можно сообразить, следует ли в окончательном результате при отбрасывании третьей десятичной цифры, форсировать вторую десятичную цифру. Пусть, напр., требуется найти с точностью до $\frac{1}{2}$ сотой доли сумму $7,22123 + 4,28587 + 3,37495 + 5,17873 + 12,42365$.

$$\begin{array}{r} 7,221 \\ 4,286 \\ 3,375 \\ 5,179 \\ 12,424 \\ \hline 32,485 \end{array}$$

Здесь следует взять 32,48, а не 32,49, так как четыре слагаемых были взяты с избытком и только одно с недостатком. Точная сумма: 32,48443.

38. Для получения разности, напр., с точностью до $\frac{1}{2}$ сотой доли следует в уменьшаемом и в вычитаемом сохранить по три десятичных знака, при чем необходимо взять оба числа или с недостатком, или с избытком (§ 33). Пример: найти с точностью до $\frac{1}{2}$ сотой доли разность: $48,37867 - 23,82449$.

Приближения с недостатком (§ 32).	Приближения с избытком (§ 32).	Точное вычисление.
48,378	48,379	48,37867
23,824	23,825	23,82449
<u>24,554</u>	<u>24,554</u>	<u>24,55418</u>

Ответ во всех случаях: 24,55. Если бы мы применили к уменьшаемому и к вычитаемому правило § 33, то получили бы 24,555 и, следов., отбросив третий десят. знак., — 24,56.

Если уменьшаемое и вычитаемое берутся оба с избытком или оба с недостатком, то ошибка разности равна разности ошибок уменьшаемого и вычитаемого; если же одно из них берется с избытком, а другое с недостатком, то ошибка разности равна сумме ошибок уменьшаемого и вычитаемого; поэтому и следует при вычитании брать одноименные приближения

Приближения с недостатком.	Разноименные приближения.
48,378 ... ошибка 0,00067 } берем	48,379 ... ошибка 0,00033 } берем
23,824 ... „ 0,00049 } разность.	23,824 ... „ 0,00049 } сумму.
<u>24,554</u> „ 0,00018	<u>24,555</u> „ 0,00082

Ошибки приближенной разности находим, сравнив ее с точной разностью (см. выше) 24,55418; в первом случае: $24,55418 - 24,554 = 0,00018$; во втором: $24,555 - 24,55418 = 0,00082$; мы видим, что те же ошибки получаются в результате вычитания и сложения ошибок данных чисел.

Приближенное умножение.

39-а. Множитель — единица с нулями: пусть требуется умножить 17,4285486 на 100 с точностью до $\frac{1}{2}$ тысячной (т.-е. в произведении должны оказаться три верных десятичных цифры). От умножения на 100 запятая перейдет вправо на две цифры (§ 21), и после этого в произведении должны быть, в силу задания, три верных цифры; следов., до умножения следует сохранить во множимом $2 + 3 = 5$ десят. знаков, т.-е. взять 17,42855 (отбрасывая лишние цифры, применяем правило § 33). Ответ: 17428,55.

39-б. Множитель какое-нибудь целое число, напр., 638; заменим данный множитель единицей с таким числом нулей, сколько в нем цифр, т.-е. возьмем в данном примере 1000 вместо 638 и установим, как объяснено в предыдущем случае, сколько следует сохранить десятичных цифр во множимом для получения в произведении требуемой точности, а так как от умножения на 638 получится ошибка меньшая, чем от умножения на 1000 ¹⁾, то, очевидно, найденное нами число десятичных цифр даст требуемую точность и для множителя 638 (вообще для всякого двузначного множителя). Таким образом, можно установить правило: для того, чтобы от умножения приближенной десятичной дроби на целое число получить произведение с требуемой точностью, достаточно сохранить во множимом столько десятичных знаков, сколько их требуется в произведении, плюс еще столько десятичных знаков, сколько содержится цифр в обозначении множителя.

Пример 1: Умножить 0,02375834 на 638 с точностью до половины сотой. Во множимом сохраняем: 2 (заданная точ-

¹⁾ Ошибка произведения равна произведению ошибки множимого на точного множителя; напр., точное множимое 12,5634, точный множитель 6, точное произведение $12,5634 \times 6 = 75,3804$; приближенное множимое 12,563, множитель 6, приближенное произведение $12,563 \times 6 = 75,378$, его ошибка: $75,3804 - 75,378 = 0,0024$; ошибка множимого $12,5634 - 12,563 = 0,0004$; произведение ошибки множимого на множитель: $0,0004 \times 6 = 0,0024$.

ность) $+ 3$ (число цифр множителя) $= 5$ цифр, остальные отбрасываем: умножаем $0,02376 \times 638 = 15,15888$; в произведении сохраняем только первые две десятичные цифры (требуемые заданием), применяя правило § 33: $15,16$ —искомое приближенное произведение (точное произведение: $15,15782092$).

Данный множитель 638 содержится между 100 и 1000 ; при умножении на 100 пришлось бы взять во множимом четыре десятичных знака (см. выше a), а при умножении на 1000 —пять десятичных знаков; следов., при умножении на 638 (вообще всякое число, заключенное между 100 и 1000) приходится выбирать между 4 и 5 десятич. цифр; очевидно, следует взять 5 .

Пример 2: Умножить $17,4285486$ на 67 с точностью $\frac{1}{2}$ тысячной. Согласно данному правилу ищем: $17,42855 \times 67 = 1167,71285$; отбросив здесь два последних знака, получаем произведение с точностью до $\frac{1}{2}$ тысячной: $1167,713$; точное произведение: $1167,7127562$; если бы мы умножили $17,4285 \times 67$, то получили бы $1167,7095$ или $1167,710$ —с точностью менее заданной.

Примеры: Найти: a) $6,27825842 \times 4247$ с точностью до $\frac{1}{2}$ сотой; b) $0,0058639 \times 8$ с точностью до $\frac{1}{2}$ десятитысячной. Ответы: a) $26663,76$ во множимом сохранить $2 + 4 = 6$ десят. знаков; b) $0,0469$ (во множимом сохранить $4 + 1 = 5$ десят. знаков).

39-в. Множимое и множитель — десятичные дроби, при чем множитель—точное число. Напр., требуется умножить $17,4285486$ на $6,7$ с точностью до $\frac{1}{2}$ тысячной; сколько десятичных знаков сохранить во множимом? Этот случай можно свести к предыдущему, обратив множитель в целое число и уменьшив множимое во столько раз, во сколько увеличится множитель. Так как $17,4285486 \times 6,7 = 1,74285486 \times 67$, то, применив к последнему произведению данное выше правило (см. b), найдем, что во множимом нужно сохранить: 3 (заданная точность) $+ 2$ (число цифр во множителе) $= 5$ цифр, т.-е. умножать: $1,74285 \times 67$; вернувшись к заданному множителю, получим: $17,428 \times 6,7$. Отсюда можем вывести следующее правило: для того, чтобы от умножения приближенной десятичной дроби на точную десятичную дробь получить произведение с требуемой точностью, достаточно сохранить во множимом столько десятичных знаков,

сколько их требуется в произведении, плюс еще столько десят. знаков, сколько содержится цифр в целой части множителя.

Примеры: Найти: а) $6,27825842 \times 42,47$ с точностью до $\frac{1}{2}$ сотой, б) $0,0058639 \times 0,8$ с точностью до $\frac{1}{2}$ десятичной. Ответы: а) 266,64 (во множимом сохранить 4 десят. знака); б) 0,0047 (во множимом сохранить 4 десят. знака).

40. Множимое и множитель — десятичные дроби с большим числом десятичных знаков, напр. требуется найти произведение $3,542794 \times 28,69745$ с точностью до $\frac{1}{2}$ сотой доли.

Сделаем сначала умножение точно, начиная с высших единиц множителя (§ 5, примеч.).

$$\begin{array}{r}
 3,542794 \times 28,69745 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 70|85|58|8 \\
 28|34|23|52 \\
 2|12|56|76\ 4 \\
 31|88|51\ 46 \\
 2|47|99\ 55\ 8 \\
 14|17\ 11\ 76 \\
 1|77\ 13\ 97\ 0 \\
 \hline
 101|66\ 91|53\ 67\ 53\ 0
 \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: 101,67 (§ 33).

В произведении получается: 6 (число десят. знаков множимого) + 5 (число десятичных знаков множителя) = 11 десят. знаков, из коих в ответе необходимы только первые два десят. знака; эти знаки заключены между первой и второй вертикальными линиями слева; наибольшее влияние на сумму этих двух знаков (десятых и сотых долей) оказывает, очевидно, ближайший вправо столбец десят. знаков, содержащий тысячные доли, так как 10 единиц этого разряда образуют одну единицу ближайшего высшего разряда долей; сравнительно более слабое влияние на интересующие нас знаки оказывает разряд десятитысячных долей (эти два разряда отграничены второй и третьей вертикальной линией справа), так как только 100 единиц этого разряда образуют одну сотую; все же остальные разряды долей очень слабо влияют на сумму первых двух

десят. знаков. Отсюда следует, что сверх того числа десятичных знаков, которые нас интересуют в окончательном результате, вообще достаточно сохранять в частных произведениях еще два десятичных знака, а остальные знаки можно отбросить. Чтобы освободить частные произведения от лишних знаков, поступим следующим образом: подпишем цифру единиц множителя (8) под цифрой тех низших десятичных долей множимого, которое следует сохранять в частных произведениях (в нашем примере—под цифрой десятитысячных долей, т.-е. под четвертой цифрой); остальные цифры множителя подпишем под цифрами множимого так, чтобы они заняли места в обратном порядке по отношению к цифре единиц множителя; т.-е., напр., цифра 2, стоящая во множителе влево от цифры единиц 8, должна занять место под множимым вправо от цифры 8:

3,542794 . . . множимое.

5479682 . . . цифры множителя в обратном порядке.

При нахождении какого-нибудь частного произведения будем принимать за множимое—число, обозначенное цифрой, стоящей над той цифрой множителя, на которую мы в данный момент умножаем, и цифрами, влево от нее стоящими; остальные цифры отбросим (применяя правило § 33).

1-е умножение (на 2).	2-е умножение (на 8).	3-е умножение (на 6).
3,54279 2	3,5427 ⁺¹ 8	3,542 ⁺¹ 6
<hr/> 708558	<hr/> 283424	<hr/> 21258

В первом произведении первая цифра справа (8) представляет разряд десятитысячных долей, так как она получилась от умножения 9-ти сотысячных на 20; во втором произведении первая цифра справа (4) также представляет разряд десятитысячных долей, так как она получилась от умножения десятитысячных на 8 целых; в третьем про-

изведении первая цифра справа (8) также представляет разряд десятитысячных долей, так как она получилась от умножения $2 + 1 = 3$ тысячных на 6 десятых и т. д.; вообще при каждом новом умножении первая цифра справа множимого представляет разряд Π 10 раз больший, чем в предыдущем умножении, зато цифра множителя представляет разряд Π десять раз меньший (вследствие принятого размещения цифр множителя в обратном порядке); отсюда следует, что правая цифра каждого частного произведения представляет один и тот же разряд, почему все эти цифры должны записываться в один столбец. Итак, находим:

35 42 794	множимое
547 96 82	цифры множителя Π обратном порядке
70 85 58	354279 $\times 2$
28 34 24	35428 $\times 8$
2 12 58	3543 $\times 6$
31 86	354 $\times 9$
245	35 $\times 7$
16	4 $\times 4$
101 66 87	Ответ: 101,67 (§ 33).

Сравнив эту схему с первой схемой этого параграфа, мы видим, что нам удалось сократить первую схему без ущерба для той точности, которая требовалась ($1/2$ сотой доли).

41. На практике (особенно в Англии) изложенный в предыдущем параграфе способ умножения применяется несколько Π иной форме, которая сокращает письменный труд за счет небольшого увеличения умственного труда: в частных произведениях берут только на один знак больше того числа знаков, которое интересует нас в окончательном результате, и, следов., цифру единиц множителя подписывают одной цифрой левее, чем в описанной форме (§ 40); при умножении какой-нибудь цифры множителя на первую цифру упрощенного множимого, принимают во внимание влияние на нее первой отброшенной цифры множимого след. образом: умножают прежде всего цифру множителя на первую отброшенную цифру множимого, замечают ближайшее число десятков произведения, которое и присоеди-

няют к произведению множителя на первую цифру множимого.

Найдем по этому способу произведение $3,542794 \times 28,69745$ с двумя десятичными знаками. В частных произведениях, согласно сказанному выше, будем брать по три десят. знака; поэтому цифру единиц множимого подпишем под третьим десятичным знаком множимого, все остальные цифры множителя размещаем в обратном порядке по отношению к цифре единиц множителя:

3,542794 . множимое

547 9682 . цифры множителя в обратном порядке.

1-е умножение:

$$\begin{array}{r} 9 \\ 35427 \\ \times 2 \\ \hline 70856 \end{array}$$

2-е умножение:

$$\begin{array}{r} 7 \\ 3542 \\ \times 8 \\ \hline 28342 \end{array}$$

$$9 \times 2 = 18; \text{ замечаем 2 десятка}$$

$$7 \times 8 = 56; \text{ замечаем 6 десятков}$$

$$7 \times 2 = 14; 14 + 2 (\text{зам.}) = 16; 6 — пишем, 1 — замечаем$$

$$2 \times 8 = 16; 16 + 6 (\text{зам.}) = 22; 2 — пишем, 2 — замечаем$$

$$2 \times 2 = 4; 4 + 1 = 5 — пишем 5 и т. д.$$

$$4 \times 8 = 32; 32 + 2 (\text{зам.}) = 34; 4 — пишем, 3 — замечаем и т. д.$$

35 42 794
5479 682

$$\begin{array}{r} 70856 \\ 28342 \\ 2125 \\ 319 \\ 25 \\ 1 \\ \hline \end{array}$$

Сравнить эту схему со схемами § 40

101'66.8 Ответ: 101,67

42. Еще пример: вычислить $231,4275 \times 6,84393$ с тремя десятичными знаками:

Первая форма (§ 40).

В частных произведениях берем по $3 + 2 =$ пять десят. знаков; цифру единиц множителя (6) подписываем под пятым десятичным знаком множимого (0):

$$\begin{array}{r}
 231'4\ 275\ 0 \\
 39\ 348\ 6 \\
 \hline
 1388\ 565\ 00 \\
 185\ 142\ 00 \\
 9\ 257\ 10 \\
 694\ 28 \\
 208\ 29 \\
 6\ 94 \\
 \hline
 1583\ 873\ 61
 \end{array}$$

Вторая форма (§ 41).

В частном произведении берем по $3 + 1 =$ четыре десят. знака; цифру единиц множителя (6) подписываем под четвертым десятичным знаком множимого:

$$\begin{array}{r}
 231'427\ 5 \\
 39\ 348\ 6 \\
 \hline
 1388\ 565\ 0 \\
 185\ 142\ 0 \\
 9\ 257\ 1 \\
 694\ 3 \\
 208\ 3 \\
 6\ 9 \\
 \hline
 1583\ 873\ 6
 \end{array}$$

Произведение на 4 можно найти, разделив на 2 произведение на 8, найденное раньше (отбросив в нем одну цифру); произведение на 3 находить из произведения на 6; произведение на 9 — из произведения на три (§ 5). Ответ в обоих случаях 1583,874; точное произведение 1583,873610075.

Примеры: Вычислить: а) $342,58376 \times 17,247385$ с точностью до $1/2$ сотой; б) $27,32846859 \times 347,856$ с точностью до $1/2$ тысячной. Ответы: а) 5908,67, б) 9506,372.

Приближенное деление.

43. Применяя способ сокращенного умножения (§§ 41, 42), мы заметим, что множимое последовательно упрощается; если принять полученное произведение за делимое, множитель — за частное и считать их данными, то множимое придется принять за неизвестный делитель; при отыскании его (делением) можно будет последовательно упрощать делитель подобно тому, как мы упрощали множимое (при умножении). Покажем, как это сделать.

Положим, требуется найти частное от деления 101,6687 на 3,542794 с шестью цифрами, в числе которых, как нетрудно сообразить, будет две цифры целых и 4 десятичных. Обозначим искомые цифры частного буквами а, б, в, г, д, е и запишем их в частном по порядку, начиная с цифры высшего разряда; те же 6 букв запишем над делителем и обратном порядке, начиная с первой цифры слева:

$$\begin{array}{r} \text{едгвба} \\ 1016687 \overline{) 3542794} \\ \text{абвгде} \end{array}$$

Выполняя деление, за первый делитель (отвечающий цифре а частного) примем число 354279; за второй делитель—35427+1 (отвечает цифре б частного), за третий делитель—3542+1 (отвечает цифре в частного) и т. д.; вообще при нахождении цифры частного, обозначенной какой-нибудь буквой, и соответствующего этой цифре произведения будем в делителе брать цифру, обозначенную той же буквой и все старшие (левые) цифры, все же младшие цифры (правые) будем отбрасывать, соблюдая правило § 33. Так как число цифр делителя все время уменьшается на одну цифру, то к остаткам не следует сносить цифр из делимого или приписывать нули.

а	а	1016687	едгвба
354279	× 2	708558	3542794
б	б	308129	28,6974
35428	× 8	283424	абвгде
в	в	24705	
3543	× 6	21258	
г	г	3447	
354	× 9	3186	
д	д	261	
35	× 7	245	
е	е	16	
4	× 4	16	

Срв. со второй схемой § 40: частные произведения здесь совпадают с частными произведениями этой схемы.

Последн
ее искать
цифру, обо
числу 28,697
44. Об
целого + чис
щенным пор
делителя; э
мещение н
частного; н
цифры де
чительно ци
дует опу
Напр., в ча
§ 43 только
надлежат ц

45. Ес
больше чис
следует при
обыкновенн
Прим
с четырьмя
всего 6 циф
нахождение
6 цифр: 2
4 цифры—
следует ис
находятся
цифры, ко
буквами.

318246 × 1
318246 × 9

Последняя цифра частного (е) не надежна, поэтому ее искать не следует; следов., в данном примере опускаем цифру, обозначенную буквой е и принимаем частное равным числу 28,697 с точностью до $\frac{1}{2}$ тысячной.

44. Общее число верных цифр частного (т.-е. число цифр целого + число десятичных знаков), которое можно найти упрощенным порядком (§ 43) на две единицы меньше числа цифр делителя; это легко заметить, если обратить внимание на размещение над цифрами делителя букв, изображающих цифры частного; начинать размещение букв следует со второй цифры делителя справа и продолжать до второй включительно цифры делителя слева (в примере § 43 букву е следует опустить, так как отвечающая ей цифра не надежна). Напр., в частном $23,24856 : 1,62548$ можно найти по способу § 43 только четыре цифры частного, из коих две цифры принадлежат целой его части.

45. Если число цифр частного, которое требуется найти, больше числа цифр делителя, уменьшенного на две единицы, то следует применить смешанный способ: часть цифр найти по обыкновенному способу, а часть цифр—по упрощенному способу.

Пример: Найти частное от деления 627,54268 на 31,8246 с четырьмя верными десятичными знаками. Так как в делителе всего 6 цифр, то, согласно сказанному выше, упростить можно нахождение 4 цифр частного, между тем требуется найти 6 цифр: 2 цифры в целой части (от деления 627 на 31) и 4 цифры—в десятичной; поэтому по обыкновенному способу следует искать 2 цифры. Будем отмечать цифры, которые находятся по обыкновенному способу,—точками, а те цифры, которые находятся по упрощенному способу—буквами.

62754268	гвба	
318246 × 1 318246	318246	
318246 × 9 2864214	197187 + 1	Отв. 19,7188
228752 + 1 отбрас. в делимом 8, увел. 2 на 1 (§ 33)	. . . абвг	
222775 31825 × 7		
5978		

$$\begin{array}{r}
 5978 \\
 3182 \quad 3182 \times 1 \\
 \hline
 2796 \\
 2544 \quad 318 \times 8 \\
 \hline
 252 \\
 223 \quad 32 \times 7 \text{ из третьего частного} \\
 \hline
 29 \quad \text{произведения.}
 \end{array}$$

Когда мы искали первые две цифры частного (19), то применяли обыкновенный способ: за делитель принимали оба раза число 318246, к первому остатку снесли цифру 6 из делимого; в дальнейшем применялся способ упрощения делителя, к остаткам нулей не приписывали (§ 43).

Так же можно находить частное от деления целого числа на целое; пусть, напр., требуется найти частное от деления 62787936 на 4278 с четырьмя верными цифрами; из них последние две можно найти по способу § 43, а старшие две — по обыкновенному способу.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 62787936 \\
 4278 \times 1 \dots 4278 \\
 \hline
 20007 \\
 4278 \times 4 \dots 17112 \\
 \hline
 2895 \div 1 \dots \text{отброшена цифра 9 в делимом, 5 увел. на 1 (§ 33).} \\
 2568 \dots 428 \times 6 \\
 \hline
 328 \\
 301 \dots 43 \times 7 \\
 \hline
 27
 \end{array}
 \end{array}$$

ба
4278
1467+1
..ab Ответ: 1468

Примеры: Вычислить: а) $9506,3718 : 27,32846859$ с точностью до $\frac{1}{2}$ тысячной; б) $47520,8 : 428,537$ с точностью до $\frac{1}{2}$ тысячной. Ответы: а) 347,856; б) 110,891 (две цифры по обыкновенному способу, 4 — по упрощенному).

46. Можно несколько изменить форму упрощенного деления, применяясь к форме умножения, показанной в § 41. Покажем, как найти частное от деления 101,668 на 3,542794 с пятью цифрами. Обозначим искомые цифры а, б, в, г, д и запишем их в частном в алфавитном порядке, а в делителе — над его цифрами, начиная с первой цифры слева, в обратном порядке. В делителе сохраняем справа только одну

цифру—из числа неотмеченных буквами, остальные отбрасываем без применения правила § 33.

	101668
поправка 2	70856
	<u>30812</u>
„ 6	28342
	<u>2470</u>
„ 1	2125
	<u>345</u>
„ 4	319
	<u>26</u>
„ 4	25
	<u>1</u>

д г в б а
354279
2 8 6 9 7
а б в г д

Ответ: 28,697

При умножении первого делителя 35427 на первую цифру частного 2 делаем поправку первой цифры частного произведения (срв. поправки в § 41) $9 \times 2 = 18$, замечаем ближайшее целое число десятков 2; $7 \times 2 = 14$; $14 + 2$ (замеч.) $= 16$; 6 — пишем, 1 замечаем; $2 \times 2 = 4$; $4 + 1$ (замеч.) $= 5$, пишем 5 и т. д. Следует внимательно сравнить схему деления этого параграфа со схемой умножения § 41, и тогда процесс вычисления будет ясен. Последняя цифра частного, найденного по этому способу, чаще может оказаться неверной, чем в случае применения первого способа (§ 43).

Средства упрощения вычислений.

47. Счетные машины или арифмометры. Наиболее совершенное вспомогательное средство вычислений—арифмометр; так называется машина, при помощи которой результаты четырех арифметических действий находятся механически. Существуют машины, которые представляют соединение счетной и пишущей машин (машина Берроза, Аритмотип Тринкса и др.). Наиболее известны в России арифмометры: оригинальная машина Однера и т. н. Брунсвига (Brunsviga значит по латыни брауншвейгская); последняя машина изготовляется в Брауншвейге фирмой Grimme, Natalis & Co по модели Однера с некоторыми усовершенствованиями Тринкса—технического директора фирмы. Более совершенные, но и более

Таблица 1.

127

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	
0	000	1270	2540	3810	5080	6350	7620	8890	10160	11430	0
1	127	1397	2667	3937	5207	6477	7747	9017	10287	11557	1
2	254	1524	2794	4064	5334	6604	7874	9144	10414	11684	2
3	381	1651	2921	4191	5461	6731	8001	9271	10541	11811	3
4	508	1778	3048	4318	5588	6858	8128	9398	10668	11938	4
5	635	1905	3175	4445	5715	6985	8255	9525	10795	12065	5
6	762	2032	3302	4572	5842	7112	8382	9652	10922	12192	6
7	889	2159	3429	4699	5969	7239	8509	9779	11049	12319	7
8	1016	2286	3559	4826	6096	7366	8636	9906	11176	12446	8
9	1143	2413	3683	4953	6223	7493	8763	10033	11303	12573	9

342

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	
0	000	3420	6840	10260	13680	17100	20520	23940	27360	30780	0
1	342	3762	7182	10602	14022	17442	20862	24282	27702	31122	1
2	684	4104	7524	10944	14364	17784	21204	24624	28044	31464	2
3	1026	4446	7866	11286	14706	18126	21546	24966	28386	31806	3
4	1368	4788	8208	11628	15048	18468	21888	25308	28728	32148	4
5	1710	5130	8550	11970	15390	18810	22230	25650	29070	32490	5
6	2052	5472	8892	12312	15732	19152	22572	25992	29412	32832	6
7	2394	5814	9234	12654	16074	19494	22914	26334	29754	33174	7
8	2736	6156	9576	12996	16416	19836	23256	26676	30096	33516	8
9	3078	6498	9918	13338	16758	20178	23598	27018	30438	33858	9

дорогие машин
и с меньшей
«Millionaire»
Taigant в Чик
ная печатная
48. М

число множ
более полез

Табл

в Петербу

влены про

Таб

следнее и

произведе

на все

таблицу,

таблица

чисел на

жаты в

значных

линии, и

сяткам

влево от

напр., п

8763, п

если м

разбить

выбрати

их одно

справа

Н

дорогие машины, дающие возможность находить результаты скорее и с меньшей затратой механического труда, чем машина Однера: «Millionaire» фирмы Egli в Цюрихе, Comptometer фирмы Felt & Tarrant в Чикаго и др. При каждом арифмометре выдается подробная печатная инструкция, указывающая способ его употребления.

48. Множительные таблицы. Существует большое число множительных таблиц; мы назовем здесь несколько наиболее полезных; таковы: таблицы Дьякова, Крелля и О'Рурка.

Таблицы умножения Ю. Дьякова изданы в 1897 г. в Петербурге, содержат 1000 страниц, на которых представлены произведения всех чисел до 100.000 на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

Таблицы умножения инженера О'Рурк (последнее издание 5-ое выпущено в Москве в 1923 г.) содержат произведения всех однозначных, двухзначных, трехзначных на все однозначные и двухзначные числа. Мы воспроизводим таблицу, озаглавленную числом 127 (табл. 1 на стр. 34). Эта таблица содержит произведения всех однозначных и двухзначных чисел на 127: произведения однозначных чисел на 127 содержатся в колонне, озаглавленной цифрой «0», произведения двухзначных чисел на 127 находятся на пересечении вертикальной линии, идущей вниз от жирного числа таблицы, равного десяткам множимого, с горизонтальной линией, идущей вправо и влево от числа таблицы, равного числу простых единиц множимого; напр., произведение 127×69 или 69×127 выразится числом 8763, произведение 83×127 числом 10541 и т. п. В случае, если множимое и множитель — многозначные числа, следует разбить данные числа на совокупность двух и трех цифр, выбрать из таблицы соответствующие произведения, подписать их одно под другим, принимая во внимание разряд первой цифры справа каждого произведения, частные произведения сложить.

Напр., произведение 342127×2864 можно найти так:

	342'127	
	28'64	
	8 128	} из таблицы «127»
127×64	355 6	
127×28	21 888	
342×64	957 6	
342×28	979 851 728	} " " «342»
		} . . . искомое произведение.

49. Таблицы умножения О'Рурка могут быть полезны и для нахождения частного двух чисел. Положим, требуется найти частное от деления 979851728 на 342127.

979851728	342'127
$342 \times 28 \dots\dots$	9576 28'64
$127 \times 28 \dots\dots$	222517 3556
$342 \times 64 \dots\dots$	218961 21888
$127 \times 64 \dots\dots$	8128 8128

Открываем таблицу «342», ищем в ней ближайшее меньшее по отношению к первым слева цифрам делимого, находим число 9576 (пишем под делимым слева), которому соответствуют цифры частного 28; вычтя 9576 из соответств. цифр делимого, сносим к остатку из делимого три цифры, чтобы вычесть еще 127×28 ; из таблицы «127» берем произведение $127 \times 28 = 3556$, подписываем его под цифрами остатка, начиная писать справа; вычтя, получаем остаток 218961 и еще две неиспользованных цифры в делимом (28), которые пока оставляем на месте; открываем снова таблицу «342», ищем в ней ближайшее меньшее по отношению к старшим цифрам остатка, находим число 21888, которому соответствуют две цифры частного 64; вычтя из остатка $342 \times 64 = 21888$, получаем новый остаток, к которому сносим неиспользованную цифру предыдущего остатка (1) и две цифры делимого (28); всего три цифры; получаем 8128; вычитаем из этого остатка произведение 127 на только что найденные цифры частного: $127 \times 28 = 8128$, получаем в остатке 0.

50. Таблицы Crelles Rechentafel, изданные в Берлине (последнее издание 1923 г.) дают произведения всех однозначных, двухзначных и трехзначных чисел на все однозначные, двухзначные и трехзначные числа. Устройство их сходно с устройством таблиц О'Рурка; разница только в том, что, так как все произведения, стоящие в одной и той же строке, имеют две общих последних цифры, то они не повторяются при каждом произведении, а вынесены в особую колонну в конце

127	0	10
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9
10	10	10
11	11	11
12	12	12
13	13	13
14	14	14
15	15	15
16	16	16
17	17	17
18	18	18
19	19	19
20	20	20
21	21	21
22	22	22
23	23	23
24	24	24
25	25	25
26	26	26
27	27	27
28	28	28
29	29	29
30	30	30
31	31	31
32	32	32
33	33	33
34	34	34
35	35	35
36	36	36
37	37	37
38	38	38
39	39	39
40	40	40
41	41	41
42	42	42
43	43	43
44	44	44
45	45	45
46	46	46
47	47	47
48	48	48
49	49	49
50	50	50
51	51	51
52	52	52
53	53	53
54	54	54
55	55	55
56	56	56
57	57	57
58	58	58
59	59	59
60	60	60
61	61	61
62	62	62
63	63	63
64	64	64
65	65	65
66	66	66
67	67	67
68	68	68
69	69	69
70	70	70
71	71	71
72	72	72
73	73	73
74	74	74
75	75	75
76	76	76
77	77	77
78	78	78
79	79	79
80	80	80
81	81	81
82	82	82
83	83	83
84	84	84
85	85	85
86	86	86
87	87	87
88	88	88
89	89	89
90	90	90
91	91	91
92	92	92
93	93	93
94	94	94
95	95	95
96	96	96
97	97	97
98	98	98
99	99	99
100	100	100
101	101	101
102	102	102
103	103	103
104	104	104
105	105	105
106	106	106
107	107	107
108	108	108
109	109	109
110	110	110
111	111	111
112	112	112
113	113	113
114	114	114
115	115	115
116	116	116
117	117	117
118	118	118
119	119	119
120	120	120
121	121	121
122	122	122
123	123	123
124	124	124
125	125	125
126	126	126
127	127	127
128	128	128
129	129	129
130	130	130
131	131	131
132	132	132
133	133	133
134	134	134
135	135	135
136	136	136
137	137	137
138	138	138
139	139	139
140	140	140
141	141	141
142	142	142
143	143	143
144	144	144
145	145	145
146	146	146
147	147	147
148	148	148
149	149	149
150	150	150
151	151	151
152	152	152
153	153	153
154	154	154
155	155	155
156	156	156
157	157	157
158	158	158
159	159	159
160	160	160
161	161	161
162	162	162
163	163	163
164	164	164
165	165	165
166	166	166
167	167	167
168	168	168
169	169	169
170	170	170
171	171	171
172	172	172
173	173	173
174	174	174
175	175	175
176	176	176
177	177	177
178	178	178
179	179	179
180	180	180
181	181	181
182	182	182
183	183	183
184	184	184
185	185	185
186	186	186
187	187	187
188	188	188
189	189	189
190	190	190
191	191	191
192	192	192
193	193	193
194	194	194
195	195	195
196	196	196
197	197	197
198	198	198
199	199	199
200	200	200

Таблица 2.

127	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	
0	0	127	254	381	508	635	762	889	1016	1143	00
1	1	128	255	382	509	636	763	890	1017	1144	27
2	2	129	256	383	510	637	764	891	1018	1145	54
3	3	130	257	384	511	638	765	892	1019	1146	81
4	5	132	259	386	513	640	767	894	1021	1148	08
5	6	133	260	387	514	641	768	895	1022	1149	35
6	7	134	261	388	515	642	769	896	1023	1150	62
7	8	135	262	389	516	643	770	897	1024	1151	89
8	10	137	264	391	518	645	772	899	1026	1153	16
9	11	138	265	392	519	646	773	900	1027	1154	43
10	12	139	266	393	520	647	774	901	1028	1155	70
11	13	140	267	394	521	648	775	902	1029	1156	97
12	15	142	269	396	523	650	777	904	1031	1158	24
13	16	143	270	397	524	651	778	905	1032	1159	51
14	17	144	271	398	525	652	779	906	1033	1160	78
15	19	146	273	400	527	654	781	908	1035	1162	05
16	20	147	274	401	528	655	782	909	1036	1163	32
17	21	148	275	402	529	656	783	910	1037	1164	59
18	22	149	276	403	530	657	784	911	1038	1165	86
19	24	151	278	405	532	659	786	913	1040	1167	13
20	25	152	279	406	533	660	787	914	1041	1168	40
21	26	153	280	407	534	661	788	915	1042	1169	67
22	27	154	281	408	535	662	789	916	1043	1170	94
23	29	156	283	410	537	664	791	918	1045	1172	21
24	30	157	284	411	538	665	792	919	1046	1173	48
25	31	158	285	412	539	666	793	920	1047	1174	75
26	33	160	287	414	541	668	795	922	1049	1176	02
...
91	115	242	369	496	623	750	877	1004	1131	1258	57
92	116	243	370	497	624	751	878	1005	1132	1259	84
93	118	245	372	499	626	753	880	1007	1134	1261	11
94	119	246	373	500	627	754	881	1008	1135	1262	38
95	120	247	374	501	628	755	882	1009	1136	1263	65
96	121	248	375	502	629	756	883	1010	1137	1264	92
97	123	250	377	504	631	758	885	1012	1139	1266	19
98	124	251	378	505	632	759	886	1013	1140	1267	46
99	125	252	379	506	633	760	887	1014	1141	1268	73
100	127	254	381	508	635	762	889	1016	1143	1270	00
127	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	

каждой таблицы. Здесь мы даем извлечение из таблицы «127» (см. табл. 2 на стр. 37). Вычисления по таблицам Крелля производятся так же, как и по таблицам О'Рурка, конечно, с меньшей затратой труда по выборке чисел.

Примеры:

$$409 \times 127 = 51943, 498 \times 127 = 63246$$

Точки, стоящие рядом с некоторыми цифрами, показывают, что первая из двух вынесенных в последнюю колонну цифр—5 или более 5-ти (это указание дается на случай приближенного вычисления произведения без этих двух цифр).

51. В
меры, веса
и т. п. Со
обозначают
ветствующе
2 декаграмм
2 дм 8 г.
ных едини
высшего на
низшего на
обозначает

Отсу
двумя нул
низшие ед

52. М
площади в
объема вос
тел литр (.
сторона к
равна 1 м

Из ос
высшего и
нования с
Названия
основной
100—гек
тысяча гра
представля
получают
следующи

Метрология

51. В торговле приняты сокращенные обозначения единиц меры, веса и денег. Так, рубль обозначают Рб., килограмм—кг и т. п. Составное именованное число единиц веса обозначают, помещая за числом каждого названия знак соответствующей единицы; напр., 7 килограммов, 3 гектограмма, 2 декаграмма, 8 граммов будет представлено так: 7 кг 3 г 2 дкг 8 г. Составное именованное число денежных единиц обозначают, помещая перед числом единиц высшего наименования знак этой единицы; обозначение единиц низшего наименования опускается; напр., Рб. 127.83 (так же обозначается составное именованное число единиц веса в Англии).

Отсутствие низших единиц отмечается черточкой или двумя нулями; напр., Рб. 127.—или Рб. 127.00; если даны только низшие единицы, знак их пишется за числом; напр., 25 коп.

52. Метрическая система. Единица длины—метр (m), площади вообще—квадратный метр (m^2), площади полей—ар (a), объема вообще—кубический метр (m^3), объема жидких и сыпучих тел литр ($л$), веса—грамм ($г$); это основные единицы (ар—квадрат, сторона которого равна 10 метрам; литр—куб, ребро которого равна $\frac{1}{10}$ метра).

Из основных единиц составляются производные единицы высшего и низшего наименования. Единицы высшего наименования составляются из 10, 100 и 1000 основных единиц. Названия их получают, помещая перед названием соотв. основной единицы следующие греческие слова: 10—дэка, 100—гэкто, 1000—кíло; напр., сто метров—гектометр, тысяча граммов—килограмм. Единицы низшего наименования представляют $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ и $\frac{1}{1000}$ основной единицы; названия их получают, помещая перед названием соотв. основной единицы, следующие латинские слова: $\frac{1}{10}$ —дэци, $\frac{1}{100}$ —сáнти,

$\frac{1}{1000}$ —милли; напр., $\frac{1}{10}$ метра—дециметр, $\frac{1}{1000}$ грамма—миллиграмм. Свойства метрической системы: 1) все единицы зависят от метра; так, грамм есть вес кубического сантиметра чистой воды при $+4^0\text{C.}$; литр—объем одного кубического дециметра и т. д.; отсюда эта система называется метрической; 2) десять единиц низшего наименования образуют одну единицу следующего высшего наименования; отсюда эта система называется десятичной.

Все государства Европы, за исключением Англии, ввели метрическую систему в качестве обязательной системы; в Англии она факультативна.

В торговле единицей веса служит килограмм, 100 кг называют метрическим квинталом или метрическим центнером, 1000 кг—метрической тонной. В Германии употребляется также немецкий фунт $= \frac{1}{2}$ килограмма, 100 фунтов называются центнером, 200 ф. $= 100$ кг—доппельцентнером (знак dz).

53. Система Англии ■ Соединенных Штатов Северной Америки. Единица длины—ярд $= 3$ футам, фут $= 12$ дюймам. Единицы площади вообще—кв. ярд, кв. фут, кв. дюйм; единица площади полей—акр. Единицы объемов вообще: куб. ярд, куб. фут, куб. дюйм. Единицы объемов сыпучих тел: квартал $= 8$ бушелям, бушель $= 8$ галлонам. Единицы объемов жидких тел: галлон $= 4$ квартам, кварта $= 2$ пинтам. Единицы торгового веса: тонна $= 20$ центнерам, центнер $= 4$ кварталам, квартал $= 28$ фунтам (фунт $= 16$ унциям).

В Соед. Штатах Сев. Америки галлон и бушель имеют иную величину, чем в Англии. В торговле между этими государствами считают: 32 англ. бушеля $= 33$ америк. бушелям и 5 англ. галлонов $= 6$ американским галлонам. В Соед. Штатах С. А. употребляют также: центал $= 100$ англ. фунтам, тонна («короткая тонна») $= 2000$ англофунтам.

54. Отношения между единицами меры и веса европейских государств, принятые в торговле.

1) Отношения между метрическими мерами и английскими:

12 ярдов $= 11$ метрам (точнее: 1 ярд $= 0,91438$ м); акр $= 0,4047$ гектарам, 10 кварталов $= 29$ гектолитрам (точнее: 29,078); анлогаллон $= 4,5435$ литра, англобушель $= 36,348$ литр.

(америк. бушель $\equiv 35,238$ литр.). Центнер $\equiv 50,80$ килогр. (иногда, напр., в торговле кофе, применяют отношение $1 \text{ цнт.} = 50\frac{3}{4} \text{ кг}$). 100 англофунтов в торговле хлопком $\equiv 45,35 \text{ кг}$, для остальных товаров $45,36 \text{ кг}$, англотонна $\equiv 1016 \text{ кг}$.

2) Отношения между метрическими мерами и старыми русскими: 1 арш. $\equiv 71$ сантиметров (точнее 71,1); 1 метр $\equiv 1,4$ арш.

1 десятина $\equiv 1,0925$ гектаров.

10 четвертей $\equiv 21$ гектол. (точнее: 100 чтв. $\equiv 209,9$ гектола.), метр. тонна $\equiv 61$ пд.; килограмм $\equiv 2,44$ фунта; пуд $\equiv 16,38 \text{ кг}$; фунт $\equiv 409,5$ грамма.

3) Отношения между английскими и старыми русскими мерами: русский фут \equiv английскому; отсюда 7 ярдов $\equiv 9$ аршинам, 27 акров $\equiv 10$ десятинам.

72 квартера $\equiv 100$ четвертям; 100 анлогаллонов $\equiv 39,943$ ведра, тонна $\equiv 62$ пд., центнер $\equiv 3,1$ пд. (1 пд. 4 ф.), 1 англофунт $\equiv 1,1$ русск. ф.

55. Для обозначения веса драгоценных металлов употребляются особые единицы только в Англии и в Соед. Штатах Сев. Америки: тройский фунт (tr \mathfrak{F}) $\equiv 12$ унциям (oz), унция $\equiv 20$ драхм (dwt s); вес слитков обыкновенно обозначается в унциях и десятичных долях унций. Соотношение между унциями и граммами: $12 \text{ oz} = 373,242 \text{ г}$ или $1 \text{ oz} = 31,1035 \text{ г}$.

Соотношение: а) между унциями и долями: $1 \text{ oz} = 700$ долей; б) между русским фунтом и граммами: $1 \mathfrak{F} = 409,512 \text{ г}$.

56. Перевод мер и веса одного государства соотв. в меры и вес другого делается на основании данных соотношений по способу приведения к единице, по итальянскому способу (§ 73), по цепному правилу (§ 131), по особым таблицам.

Пример 1: Перевести 17 центнеров 3 квартера 17 фунтов в килограммы по итальянскому способу (§ 73), центнер $\equiv 50,80 \text{ кг}$.

50'80 \times 17		
	863	60 . . 50,8 \times 17
2 кв. $\equiv \frac{1}{2}$ ц.	25	40 . . 50,8 : 2
1 "	12	70 . . 25,40 : 2
14 ф. $\equiv \frac{1}{2}$	6	35 . . 12,70 : 2
2 "		91 . . 6,35 : 2
1 "		45 . . 0,91 : 2
	909	41

Ответ: 909,41 кг.

Тот же пример, решенный по таблице 5-й (стр. 54):
 $17,90179 \times 50,8 = 909,41$.

17'90179 см. § 40.

805 цифры множителя в обратном порядке.

895 090 $179017^{+1} \times 5$

14 320 1790×8

Цифра единиц множителя (0) подписана под третьим десятичным знаком множителя.

909,410

Пример 2: Выразить 909,41 кг в центнерах, четвертях и англофунтах. Делим 909,41 на 50,8.

9094,1 | 508

4014 | 17 центн. 3 кв. 17 ф.

3556

458,1 $\times 4$ умножаем остаток на отношение между центне-
ром и четвертью.

1832,4

1524

деление на 508.

308,4 $\times 28$

6168

2467 2

8635,2

3755,2

3556

199,2

умножаем остаток на отношение между четвертью и фунтом (§ 5).

деление на 508.

Пример 3: По данной таблице ¹⁾ перевести 9 пудов 17 фунтов в килограммы.

Пуды в кило- граммах.		Фунты в килограммах.			
Пуды.	Кило- граммы.	Фун.	Килогр.	Фун.	Килогр.
1	16,380	1	0,410	11	4,505
2	32,761	2	0,819	12	4,914
3	49,141	3	1,229	13	5,324
4	65,522	4	1,638	14	5,733
5	81,902	5	2,048	15	6,143
6	98,283	6	2,457	16	6,552
7	114,663	7	2,867	17	6,962
8	131,044	8	3,276	18	7,371
9	147,424	9	3,686	19	7,781
10	163,805	10	4,095	20	8,190

9 пд 147'424
17 ф. 6 962

154,386

Ответ: 154,386 кг
(последняя цифра не надежна).

Пример 4: Пере-
вести 487,250 оз в кило-
граммы (§ 55).

$0,0311035 \times 487,25$

15,155180375

Берем 15,155180 с точ-
ностью до $1/2$ миллионной.

¹⁾ Научно-Технический Отдел ВСНХ. Таблицы для перевода русских мер в метрические и обратно. 1922 г. (стр. 27, 28).

Пример 5: Перевести 15,155180 кг ■ унции; ответ с тремя десятичными знаками.

$$15,155180 : 0,0311035 = 1515,5180 : 3,11035$$

Как видим, в целой части частного будет 3 цифры, да ■ десятичной требуется найти 3 цифры; всего 6 цифр. Две цифры находим обыкновенным порядком, четыре — упрощенным (§ 45).

1515518	<div style="text-align: center; font-size: small;">гвба</div> <div style="border-bottom: 1px solid black; padding: 2px 0;">311035</div> <div style="padding: 2px 0;">487249 + 1</div> <div style="text-align: center; font-size: small;">... абвг</div>	Ответ: 487,250oz
---------	---	------------------

Примеры. Перевести: а) 63 центн. 2 кв. 18 ф. в килограммы с 2—3 десят. знаками; б) 2542 кг ■ английские единицы веса; в) 423,5 oz в килограммы с 6 десят. знаками; г) 12,875 кг ■ унции с 4 десят. знаками; д) 7 пд. 23 ф. в килограммы по таблице и по отношению 1 пд. = 16,38 кг; е) 154.400 кг в пуды и фунты по таблице и по отношению 1 пд. = 16,38 кг. Ответы: а) 3233,964; б) 50 центн. 0 кв. 4 ф.; в) 13,172332 кг; г) 413,9406 oz; д) 124,082 (последняя цифра не верна); 124.0785; е) 9 пд. 17 ф.

Денежные системы

57. Деньги—товар, при помощи которого обозначается ценность всех других товаров, совершаются все мены и платежи; таким товаром служат драгоценные металлы.

Определенное количество денег, отчеканенное в форме плоского кружка, называется монетой. Число денежных единиц, обозначенное на монете, называется нарицательной ценой или достоинством монеты. Монета чеканится из золота (для крупных платежей), высокопробного серебра (для средних, а в некоторых странах и для крупных платежей), низкопробного серебра, никкеля, меди (последние три вида монеты назначаются для небольшой, законом установленной суммы платежа).

58. Денежные единицы (в скобках показано число граммов чистого золота, отвечающее одной основной единице): 1) Австрия: крона (0,30488) = 100 геллеров. 2) Англия: фунт стерлингов (7,322385) = 20 шиллингов; 1 шиллинг = 12 пенсов. 3) Германия: марка (0,35842) = 100 пфеннигов. 4) Голландия: гульден (0,60480) = 100 центов. 5) Дания: крона (0,40323) = 100 öр. 6) Италия: лира (0,29032) = 100 чентезимов. 7) Норвегия см. Дания. 8) Россия: рубль (0,77423). 9) Соед. Штаты Сев. Америки: доллар (1,5046) = 100 центов. 10) Франция: франк (0,29032) = 100 сантимов. 11) Швейцария: франк (0,29032) = 100 сантимов. 12) Швеция см. Дания.

1) Аргентина: песо = 100 центавос. 2) Бельгия: франк (0,29032) = 100 сантимов. 3) Болгария: лев (0,29032) = 100 стотинков. 4) Бразилия: милльрейс (0,82178) = 1000 рейсов. 5) Греция: драхма (0,29032) = 100 лешт. 6) Египет: лира (7,4375) = 100 пиастров. 7) Индия англ.: рупия = 16 анна. 8) Испания: песета (0,29032) = 100 центимос. 9) Китай: лан (таэль) = 100 финь (кандарен). 10) Латвия: лат. 11) Персия: новый томан (2,903) = кранов. 12) Польша: злот (марка). 13) Португалия: эскудо

(1,62571) = 100 центавос. 14) Румыния: лев (0,29032) = 100 банн. 15) Турция: лира (6,6150) = 100 пиастров. 16) Юго-Славия: динар (0,29032) = 100 пара. 17) Эстония: марка. 18) Финляндия: марка (0,29032) = 100 пенни. 19) Чехо-Словакия: крона. 20) Япония: иена (0,75) = 100 зен.

59. Законы о чеканке золотых монет в главнейших государствах: 1) Англия из 40 тройских фунтов стандартной ($22\frac{2}{24}$) пробы чеканится 1.869 фунтов ст. (тройский фунт = 12 унциям). 2) Австрия. Из одного кг чистого з. чеканится 3.280 крон. 3) Голландия. Из 1 кг чистого з. чеканится 1.653 гульд. 44 цента. 4) Германия. Из $\frac{1}{2}$ кг чистого з. чеканится 1.395 марок. 5) Франция (Швейцария, Италия, Бельгия). Из 1 кг пробы 0,900 чеканится 3.100 фр. 6) Соед. Штаты Сев. Америки. Из 43 унций пробы 0,900 чеканится 800 долларов. 7) Россия. Из 17,424 долей (0,77423 г) чеканится один рубль.

60. Монета называется полноценной или банковской, если ее нарицательная цена строго соответствует содержанию драгоценного металла. Напр., во Франции по закону из 900 г чистого серебра должно чеканиться 200 франков; монета в 5 фр. содержит $22\frac{1}{2}$ г чист. серебра и потому полноценна; монета в 2 фр., содержащая 8,35 г, называется неполноценной или разменной (по расчету из 900 г = 200 фр. получаем $1,85\frac{5}{9}$ фр., а не 2 фр.).

Вес и проба монеты определяется законом. Для облегчения чеканки допускается небольшая разница в пробе и в весе, которая называется ремедиумом. Напр., при чеканке германских золотых монет в 20 марок допускается ремедиум веса $2\frac{1}{2}\frac{0}{100}$; следов., действительный вес монеты может быть больше или меньше на $2\frac{1}{2}\frac{0}{100}$ того веса, который определяется монетным законом; при чеканке той же монеты допускается ремедиум пробы $2\frac{0}{100}$; так как в законе проба определена в 0,900, то действительная проба монеты может иметь значение от 0,898 до 0,902.

61. Государственные банки, а также некоторые частные банки, с разрешения и под контролем правительства, выпускают особой формы бумажные знаки—банковские билеты. В этих билетах содержится обязательство выдать предъявителю опре-

деленное количество металлической монеты немедленно по предъявлении билета. При учете векселей или при выдаче ссуды банк производит платеж вместо металл. монеты названными билетами; получивший передает их дальше, и таким образом билеты переходят из рук в руки без всяких формальностей в качестве орудия платежей, заменяя с удобством звонкую монету. Выпущенные билеты обеспечиваются известным количеством денег или слитков драгоц. металла, учтенными краткосрочными благонадежными векселями и некоторыми другими ценностями.

62. Бывают чрезвычайные случаи, когда правительство прекращает размен выпущенных им билетов и в то же время обязывает всех принимать эти билеты в расчетах между собою по нарицательной цене; такие билеты называются бумажными деньгами.

Действия над именованными числами

63. Окончательные результаты коммерческих вычислений берутся с точностью до $\frac{1}{2}$ единицы определенного наименования. Такими единицами в оптовой торговле являются ■ государствах с метрической системой — метр, гектометр, килограмм, денежная единица низшего наименования (сантим, пфенниг и т. п.); ■ Англии — ярд, галлон — для жидкостей, квартер — для зерна, фунт (единица веса), пенс. Чтобы получить такой результат из найденного числа, нужно отбросить дробь, находящуюся при этом числе, применяя правила §§ 33, 34.

64. Раздробление рублей в копейки. Пример: раздробить в копейки: а) Рб. 673.05, б) Рб. 673. —

Решение. а) отбрасываем точку, отделяющую рубли от копеек, получаем число копеек: 67305; б) приписываем к данному числу два нуля, получаем 67300 копеек.

Так же раздробляются марки в пфенниги, франки в сантимы и т. п.

65. Раздробление десятичных долей фунта стерлингов (§ 58) в шиллинги и пенсы с точностью до $\frac{1}{2}$ пенса. Пример: 0,43726 фунта ст. раздробить в шиллинги и пенсы. Решение: Заметим, что шиллинг = $\frac{1}{20}$ ф. ст. = пять сотых ф. ст.; пенс = $\frac{1}{240}$ ф. ст. = $4\frac{1}{6}$ тысячной доли ф. ст. Сохраняем в данном числе первые три десятичных знака, остальные отбрасываем; получаем 0,437. Делим десятые и сотые доли (43) на 5, получаем шиллинги (8); к остатку (3) сносим тысячные доли (7), результат (37) делим на 4, получаем пенсы (9); итак, 0,43726 ф. ст. = 8 шилл. 9 пенсов.

Так как пенсы составляют в точности не 4, а $4\frac{1}{6}$ тысячных долей, то при делении на 4 вообще не следует обращать внимания на остаток; только в тех случаях, когда в частном

получается меньше 6 пенсов, а остаток выражается числом 3, следует брать лишний пенс; напр., $0,769 \text{ ф. ст.} = 15 \text{ ш. } 5 \text{ п.}$; $0,785 \text{ ф. ст.} = 15 \text{ ш. } 8 \text{ п.}$

66-а. Превращение копеек в десятичные доли рубля. Так как копейка есть сотая доля рубля, то сколько дано копеек, столько будет сотых долей рубля; напр., $27 \text{ коп.} = 0,27 \text{ руб.}$, $5 \text{ коп.} = 0,05 \text{ руб.}$; $\text{Рб. } 627.05 = 627,05 \text{ руб.}$ (в обозначении суммы рублей и копеек следует точку заменить запятой). Так же превращаются пфенниги и марки, сантимы во франки и т. п.

66-б. Превращение фунтов в десятичные доли пуда. Разделим данное число фунтов на 4; тогда мы получим число десятичных долей и частей десятой доли пуда; напр., $13 \text{ ф.} = \frac{13}{40} = \frac{13:4}{10} = 3\frac{1}{4}$ десятых долей пуда; $14 \text{ ф.} = 14:4 = 3\frac{1}{2}$ десятых долей пуда. Заменяем простую дробь соответствующими десятичными знаками, заметив, что $\frac{1}{4}$ соответствуют десятичные знаки 25, $\frac{2}{4}$ — знак 5, $\frac{3}{4}$ — знаки 75 (§ 31); тогда мы получим число сотых и тысячных долей пуда; так, $13 \text{ ф.} = 13:4 = 3\frac{1}{4}$ десятой доли пуда $= 0,325$ пуда; $14 \text{ ф.} = 14:4 = 3\frac{1}{2}$ десятой доли пуда $= 0,35$ пуда; $15 \text{ ф.} = 15:4 = 3\frac{3}{4}$ десятой доли пуда $= 0,375$ и т. д. Заметить случаи: $1 \text{ ф.} = 1:4 = 0\frac{1}{4}$ десятой доли пуда $= 0,025$ пуда; так же $2 \text{ ф.} = 0,05 \text{ п.}$, $3 \text{ ф.} = 0,075 \text{ пуда.}$

67. Превращение шиллингов и пенсов в десятичные доли фунта ст. с точностью до $\frac{1}{2}$ тысячной доли фунта ст. Пример: Превратить 15 ш. 10 п. в десятичные доли фунта ст. Решение: Заметим, что пенс $= 4\frac{1}{6}$ тысячной доли фунта ст., шиллинг $= 5$ сотым фунт ст. (§ 65). 1) Умножаем пенсы на $4\frac{1}{6}$; сначала умножаем пенсы (10) на $\frac{1}{6}$, получаем $\frac{10}{6} = 1\frac{4}{6}$; берем ближайшее целое число (2) и замечаем его; теперь умножаем пенсы (10) на 4, получаем 40; прибавляем сюда замеченное выше число 2, получаем 42; единицы (2) пишем — это тысячные доли искомого результата, десятки (4) замечаем. 2) Умножаем шиллинги (15) на 5, получаем 75; прибавляем сюда только что замеченное число 4, получаем 79 — пишем обе цифры —

жаются чис-
9 ф. ст. =

ные доли
рубля, то
рубля; напр.,
= 627,05 руб.
ку заменить
сантимы во

ные доли
мы получим
пуда; напр.,

ф. = 14:4 =

обь соответ-
 $\frac{1}{4}$ соответ-
аки 75 (§ 31);
й пуда; так,
уда; 14 ф. =
ф. = 15:4 =
гить случаи:
да; так же

ов в деся-
 $\frac{1}{2}$ тысяч-
15 ш. 10 п.
что пенс =
ым фунт ст.
ожаем пенсы
елое число (2)
на 4, полу-
сло 2, полу-
ные доли
м. 2) Умно-
сюда только
обе цифры —

Шиллинги и пенсы в десятичных долях фунтов стерлингов.

Таблица 3.

Шиллинги.	П								Е	Н								С	Ы.								Шиллинги.
	0	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2	3	3 1/2		4	4 1/2	5	5 1/2	6	6 1/2	7	7 1/2		8	8 1/2	9	9 1/2	10	10 1/2	11	11 1/2	
0	—	002 08	004 16	006 25	008 33	010 42	012 50	014 58	16 66	018 75	020 83	022 92	025 00	027 08	029 16	031 25	033 33	035	037 50	039 58	041 66	043 75	045 83	047 92	0		
1	05	052 08	054 16	056 25	058 33	060 42	062 50	064 58	16 66	068 75	070 83	072 92	075 00	077 08	079 16	081 25	083 33	085	087 50	089 58	091 66	093 75	095 83	097 92	1		
2	10	102 08	104 16	106 25	108 33	110 42	112 50	114 58	16 66	118 75	120 83	122 92	125 00	127 08	129 16	131 25	133 33	135	137 50	139 58	141 66	143 75	145 83	147 92	2		
3	15	152 08	154 16	156 25	158 33	160 42	162 50	164 58	16 66	168 75	170 83	172 92	175 00	177 08	179 16	181 25	183 33	185	187 50	189 58	191 66	193 75	195 83	197 92	3		
4	20	202 08	204 16	206 25	208 33	210 42	212 50	214 58	16 66	218 75	220 83	222 92	225 00	227 08	229 16	231 25	233 33	235	237 50	239 58	241 66	243 75	245 83	247 92	4		
5	25	252 08	254 16	256 25	258 33	260 42	262 50	264 58	16 66	268 75	270 83	272 92	275 00	277 08	279 16	281 25	283 33	285	287 50	289 58	291 66	293 75	295 83	297 92	5		
6	30	302 08	304 16	306 25	308 33	310 42	312 50	314 58	16 66	318 75	320 83	322 92	325 00	327 08	329 16	331 25	333 33	335	337 50	339 58	341 66	343 75	345 83	347 92	6		
7	35	352 08	354 16	356 25	358 33	360 42	362 50	364 58	16 66	368 75	370 83	372 92	375 00	377 08	379 16	381 25	383 33	385	387 50	389 58	391 66	393 75	395 83	397 92	7		
8	40	402 08	404 16	406 25	408 33	410 42	412 50	414 58	16 66	418 75	420 83	422 92	425 00	427 08	429 16	431 25	433 33	435	437 50	439 58	441 66	443 75	445 83	447 92	8		
9	45	452 08	454 16	456 25	458 33	460 42	462 50	464 58	16 66	468 75	470 83	472 92	475 00	477 08	479 16	481 25	483 33	485	487 50	489 58	491 66	493 75	495 83	497 92	9		
10	50	502 08	504 16	506 25	508 33	510 42	512 50	514 58	16 66	518 75	520 83	522 92	525 00	527 08	529 16	531 25	533 33	535	537 50	539 58	541 66	543 75	545 83	547 92	10		
11	55	552 08	554 16	556 25	558 33	560 42	562 50	564 58	16 66	568 75	570 83	572 92	575 00	577 08	579 16	581 25	583 33	585	587 50	589 58	591 66	593 75	595 83	597 92	11		
12	60	602 08	604 16	606 25	608 33	610 42	612 50	614 58	16 66	618 75	620 83	622 92	625 00	627 08	629 16	631 25	633 33	635	637 50	639 58	641 66	643 75	645 83	647 92	12		
13	65	652 08	654 16	656 25	658 33	660 42	662 50	664 58	16 66	668 75	670 83	672 92	675 00	677 08	679 16	681 25	683 33	685	687 50	689 58	691 66	693 75	695 83	697 92	13		
14	70	702 08	704 16	706 25	708 33	710 42	712 50	714 58	16 66	718 75	720 83	722 92	725 00	727 08	729 16	731 25	733 33	735	737 50	739 58	741 66	743 75	745 83	747 92	14		
15	75	752 08	754 16	756 25	758 33	760 42	762 50	764 58	16 66	768 75	770 83	772 92	775 00	777 08	779 16	781 25	783 33	785	787 50	789 58	791 66	793 75	795 83	797 92	15		
16	80	802 08	804 16	806 25	808 33	810 42	812 50	814 58	16 66	818 75	820 83	822 92	825 00	827 08	829 16	831 25	833 33	835	837 50	839 58	841 66	843 75	845 83	847 92	16		
17	85	852 08	854 16	856 25	858 33	860 42	862 50	864 58	16 66	868 75	870 83	872 92	875 00	877 08	879 16	881 25	883 33	885	887 50	889 58	891 66	893 75	895 83	897 92	17		
18	90	902 08	904 16	906 25	908 33	910 42	912 50	914 58	16 66	918 75	920 83	922 92	925 00	927 08	929 16	931 25	933 33	935	937 50	939 58	941 66	943 75	945 83	947 92	18		
19	95	952 08	954 16	956 25	958 33	960 42	962 50	964 58	16 66	968 75	970 83	972 92	975 00	977 08	979 16	981 25	983 33	985	987 50	989 58	991 66	993 75	995 83	997 92	19		
	0	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2	3	3 1/2	4	4 1/2	5	5 1/2	6	6 1/2	7	7 1/2	8	8 1/2	9	9 1/2	10	10 1/2	11	11 1/2			

Таблица 3.

Шиллинги и пенсы в десятичных долях фунтов стерлингов.

Шиллинги.	П								Е								Н								С								Ы.								Шиллинги.
	0	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2	3	3 1/2	4	4 1/2	5	5 1/2	6	6 1/2	7	7 1/2	8	8 1/2	9	9 1/2	10	10 1/2	11	11 1/2																	
0	—	002 08	004 16	006 25	008 33	010 42	012 50	014 58	16 66	018 75	020 83	022 92	025 00	027 08	029 16	031 25	033 33	035 42	037 50	039 58	041 66	043 75	045 83	047 92	0																
1	05	052 08	054 16	056 25	058 33	060 42	062 50	064 58	66 66	068 75	070 83	072 92	075 00	077 08	079 16	081 25	083 33	085 42	087 50	089 58	091 66	093 75	095 83	097 92	1																
2	10	102 08	104 16	106 25	108 33	110 42	112 50	114 58	66 66	118 75	120 83	122 92	125 00	127 08	129 16	131 25	133 33	135 42	137 50	139 58	141 66	143 75	145 83	147 92	2																
3	15	152 08	154 16	156 25	158 33	160 42	162 50	164 58	66 66	168 75	170 83	172 92	175 00	177 08	179 16	181 25	183 33	185 42	187 50	189 58	191 66	193 75	195 83	197 92	3																
4	20	202 08	204 16	206 25	208 33	210 42	212 50	214 58	66 66	218 75	220 83	222 92	225 00	227 08	229 16	231 25	233 33	235 42	237 50	239 58	241 66	243 75	245 83	247 92	4																
5	25	252 08	254 16	256 25	258 33	260 42	262 50	264 58	66 66	268 75	270 83	272 92	275 00	277 08	279 16	281 25	283 33	285 42	287 50	289 58	291 66	293 75	295 83	297 92	5																
6	30	302 08	304 16	306 25	308 33	310 42	312 50	314 58	66 66	318 75	320 83	322 92	325 00	327 08	329 16	331 25	333 33	335 42	337 50	339 58	341 66	343 75	345 83	347 92	6																
7	35	352 08	354 16	356 25	358 33	360 42	362 50	364 58	66 66	368 75	370 83	372 92	375 00	377 08	379 16	381 25	383 33	385 42	387 50	389 58	391 66	393 75	395 83	397 92	7																
8	40	402 08	404 16	406 25	408 33	410 42	412 50	414 58	66 66	418 75	420 83	422 92	425 00	427 08	429 16	431 25	433 33	435 42	437 50	439 58	441 66	443 75	445 83	447 92	8																
9	45	452 08	454 16	456 25	458 33	460 42	462 50	464 58	66 66	468 75	470 83	472 92	475 00	477 08	479 16	481 25	483 33	485 42	487 50	489 58	491 66	493 75	495 83	497 92	9																
10	50	502 08	504 16	506 25	508 33	510 42	512 50	514 58	66 66	518 75	520 83	522 92	525 00	527 08	529 16	531 25	533 33	535 42	537 50	539 58	541 66	543 75	545 83	547 92	10																
11	55	552 08	554 16	556 25	558 33	560 42	562 50	564 58	66 66	568 75	570 83	572 92	575 00	577 08	579 16	581 25	583 33	585 42	587 50	589 58	591 66	593 75	595 83	597 92	11																
12	60	602 08	604 16	606 25	608 33	610 42	612 50	614 58	66 66	618 75	620 83	622 92	625 00	627 08	629 16	631 25	633 33	635 42	637 50	639 58	641 66	643 75	645 83	647 92	12																
13	65	652 08	654 16	656 25	658 33	660 42	662 50	664 58	66 66	668 75	670 83	672 92	675 00	677 08	679 16	681 25	683 33	685 42	687 50	689 58	691 66	693 75	695 83	697 92	13																
14	70	702 08	704 16	706 25	708 33	710 42	712 50	714 58	66 66	718 75	720 83	722 92	725 00	727 08	729 16	731 25	733 33	735 42	737 50	739 58	741 66	743 75	745 83	747 92	14																
15	75	752 08	754 16	756 25	758 33	760 42	762 50	764 58	66 66	768 75	770 83	772 92	775 00	777 08	779 16	781 25	783 33	785 42	787 50	789 58	791 66	793 75	795 83	797 92	15																
16	80	802 08	804 16	806 25	808 33	810 42	812 50	814 58	66 66	818 75	820 83	822 92	825 00	827 08	829 16	831 25	833 33	835 42	837 50	839 58	841 66	843 75	845 83	847 92	16																
17	85	852 08	854 16	856 25	858 33	860 42	862 50	864 58	66 66	868 75	870 83	872 92	875 00	877 08	879 16	881 25	883 33	885 42	887 50	889 58	891 66	893 75	895 83	897 92	17																
18	90	902 08	904 16	906 25	908 33	910 42	912 50	914 58	66 66	918 75	920 83	922 92	925 00	927 08	929 16	931 25	933 33	935 42	937 50	939 58	941 66	943 75	945 83	947 92	18																
19	95	952 08	954 16	956 25	958 33	960 42	962 50	964 58	66 66	968 75	970 83	972 92	975 00	977 08	979 16	981 25	983 33	985 42	987 50	989 58	991 66	993 75	995 83	997 92	19																
	0	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2	3	3 1/2	4	4 1/2	5	5 1/2	6	6 1/2	7	7 1/2	8	8 1/2	9	9 1/2	10	10 1/2	11	11 1/2																	

Шиллинги и пенсы в десяти

Шиллинги.	П								Е		
	0	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2	3	3 1/2	4	4 1/2	5
0	—	002 08	004 16	006 25	008 33	010 42	012 50	014 58	016 66	018 75	020 83
1	05	052 08	054 16	056 25	058 33	060 42	062 50	064 58	066 66	068 75	070 83
2	10	102 08	104 16	106 25	108 33	110 42	112 50	114 58	116 66	118 75	120 83
3	15	152 08	154 16	156 25	158 33	160 42	162 50	164 58	166 66	168 75	170 83
4	20	202 08	204 16	206 25	208 33	210 42	212 50	214 58	216 66	218 75	220 83
5	25	252 08	254 16	256 25	258 33	260 42	262 50	264 58	266 66	268 75	270 83
6	30	302 08	304 16	306 25	308 33	310 42	312 50	314 58	316 66	318 75	320 83
7	35	352 08	354 16	356 25	358 33	360 42	362 50	364 58	366 66	368 75	370 83
8	40	402 08	404 16	406 25	408 33	410 42	412 50	414 58	416 66	418 75	420 83
9	45	452 08	454 16	456 25	458 33	460 42	462 50	464 58	466 66	468 75	470 83
10	50	502 08	504 16	506 25	508 33	510 42	512 50	514 58	516 66	518 75	520 83
11	55	552 08	554 16	556 25	558 33	560 42	562 50	564 58	566 66	568 75	570 83
12	60	602 08	604 16	606 25	608 33	610 42	612 50	614 58	616 66	618 75	620 83
13	65	652 08	654 16	656 25	658 33	660 42	662 50	664 58	666 66	668 75	670 83
14	70	702 08	704 16	706 25	708 33	710 42	712 50	714 58	716 66	718 75	720 83
15	75	752 08	754 16	756 25	758 33	760 42	762 50	764 58	766 66	768 75	770 83
16	80	802 08	804 16	806 25	808 33	810 42	812 50	814 58	816 66	818 75	820 83
17	85	852 08	854 16	856 25	858 33	860 42	862 50	864 58	866 66	868 75	870 83
18	90	902 08	904 16	906 25	908 33	910 42	912 50	914 58	916 66	918 75	920 83
19	95	952 08	954 16	956 25	958 33	960 42	962 50	964 58	966 66	968 75	970 83
	0	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2	3	3 1/2	4	4 1/2	5

ЕНСЫ В ДЕСЯТИЧНЫХ ДОЛЯХ ФУНТОВ СТЕРЛ

Е Н С Ы.														
3	3 1/2	4	4 1/2	5	5 1/2	6	6 1/2	7	7 1/2	8	8 1/2	9	9 1/2	10
12 50	014 58	016 66	018 75	020 83	022 92	025 00	027 08	029 16	031 25	033 33	035 42	037 50	039 58	041
62 50	064 58	066 66	068 75	070 83	072 92	075 00	077 08	079 16	081 25	083 33	085 42	087 50	089 58	091
12 50	114 58	116 66	118 75	120 83	122 92	125 00	127 08	129 16	131 25	133 33	135 42	137 50	139 58	141
62 50	164 58	166 66	168 75	170 83	172 92	175 00	177 08	179 16	181 25	183 33	185 42	187 50	189 58	191
12 50	214 58	216 66	218 75	220 83	222 92	225 00	227 08	229 16	231 25	233 33	235 42	237 50	239 58	241
62 50	264 58	266 66	268 75	270 83	272 92	275 00	277 08	279 16	281 25	283 33	285 42	287 50	289 58	291
2 50	314 58	316 66	318 75	320 83	322 92	325 00	327 08	329 16	331 25	333 33	335 42	337 50	339 58	341
2 50	364 58	366 66	368 75	370 83	372 92	375 00	377 08	379 16	381 25	383 33	385 42	387 50	389 58	391
2 50	414 58	416 66	418 75	420 83	422 92	425 00	427 08	429 16	431 25	433 33	435 42	437 50	439 58	441
2 50	464 58	466 66	468 75	470 83	472 92	475 00	477 08	479 16	481 25	483 33	485 42	487 50	489 58	491
2 50	514 58	516 66	518 75	520 83	522 92	525 00	527 08	529 16	531 25	533 33	535 42	537 50	539 58	541
2 50	564 58	566 66	568 75	570 83	572 92	575 00	577 08	579 16	581 25	583 33	585 42	587 50	589 58	591
2 50	614 58	616 66	618 75	620 83	622 92	625 00	627 08	629 16	631 25	633 33	635 42	637 50	639 58	641
2 50	664 58	666 66	668 75	670 83	672 92	675 00	677 08	679 16	681 25	683 33	685 42	687 50	689 58	691
50	714 58	716 66	718 75	720 83	722 92	725 00	727 08	729 16	731 25	733 33	735 42	737 50	739 58	741
50	764 58	766 66	768 75	770 83	772 92	775 00	777 08	779 16	781 25	783 33	785 42	787 50	789 58	791
50	814 58	816 66	818 75	820 83	822 92	825 00	827 08	829 16	831 25	833 33	835 42	837 50	839 58	841
50	864 58	866 66	868 75	870 83	872 92	875 00	877 08	879 16	881 25	883 33	885 42	887 50	889 58	891
50	914 58	916 66	918 75	920 83	922 92	925 00	927 08	929 16	931 25	933 33	935 42	937 50	939 58	941
50	964 58	966 66	968 75	970 83	972 92	975 00	977 08	979 16	981 25	983 33	985 42	987 50	989 58	991
	3 1/2	4	4 1/2	5	5 1/2	6	6 1/2	7	7 1/2	8	8 1/2	9	9 1/2	10

К фунтов стерлингов.

Таблица 3.

Ы.									Шиллинги.
$7\frac{1}{2}$	8	$8\frac{1}{2}$	9	$9\frac{1}{2}$	10	$10\frac{1}{2}$	11	$11\frac{1}{2}$	
031 25	033 33	035 42	037 50	039 58	041 66	043 75	045 83	047 92	0
081 25	083 33	085 42	087 50	089 58	091 66	093 75	095 83	097 92	1
131 25	133 33	135 42	137 50	139 58	141 66	143 75	145 83	147 92	2
181 25	183 33	185 42	187 50	189 58	191 66	193 75	195 83	197 92	3
231 25	233 33	235 42	237 50	239 58	241 66	243 75	245 83	247 92	4
281 25	283 33	285 42	287 50	289 58	291 66	293 75	295 83	297 92	5
331 25	333 33	335 42	337 50	339 58	341 66	343 75	345 83	347 92	6
381 25	383 33	385 42	387 50	389 58	391 66	393 75	395 83	397 92	7
431 25	433 33	435 42	437 50	439 58	441 66	443 75	445 83	447 92	8
481 25	483 33	485 42	487 50	489 58	491 66	493 75	495 83	497 92	9
531 25	533 33	535 42	537 50	539 58	541 66	543 75	545 83	547 92	10
581 25	583 33	585 42	587 50	589 58	591 66	593 75	595 83	597 92	11
631 25	633 33	635 42	637 50	639 58	641 66	643 75	645 83	647 92	12
681 25	683 33	685 42	687 50	689 58	691 66	693 75	695 83	697 92	13
731 25	733 33	735 42	737 50	739 58	741 66	743 75	745 83	747 92	14
781 25	783 33	785 42	787 50	789 58	791 66	793 75	795 83	797 92	15
831 25	833 33	835 42	837 50	839 58	841 66	843 75	845 83	847 92	16
881 25	883 33	885 42	887 50	889 58	891 66	893 75	895 83	897 92	17
931 25	933 33	935 42	937 50	939 58	941 66	943 75	945 83	947 92	18
981 25	983 33	985 42	987 50	989 58	991 66	993 75	995 83	997 92	19
$7\frac{1}{2}$	8	$8\frac{1}{2}$	9	$9\frac{1}{2}$	10	$10\frac{1}{2}$	11	$11\frac{1}{2}$	

десятые и сотые доли фунта ст. Заметим порядок, которым берутся числа для умножения:

$$\begin{array}{c} \frac{1}{6} \qquad \qquad \qquad 4 \\ \hline \text{умножается на число пенсов} \\ 5 \\ \hline \text{умножается на число шиллингов} \end{array}$$

Ответ: 15 шиллингов 10 п. = 0,792 ф. ст. с точностью до $\frac{1}{2}$ тысячной доли ф. ст.; такого приближения на практике достаточно для вычисления интересов с фунтов, шиллингов и пенсов (§ 129) и для перевода английских денег в русские.

Пример: Сколько стоят £ 342.15.8, если 1 £ стоит Рб. 9.15.

Решение. £ 342.15.8 = 342,783; 342,783 × 9,15 = = Рб. 3136.46.

68. Для вычислений, относящихся к английским денежным единицам, можно пользоваться таблицей, содержащей результаты превращения шиллингов и пенсов в десятичные доли фунта ст.

Способ употребления таблицы: 1) Положим, требуется выразить 15sh 9d в десятич. долях ф. ст. Ищем в табл. 3 (между страниц. 48 и 49) данные числа шиллингов (15) и пенсов (9), мысленно проводя через них прямые линии; на пересечении линий замечаем число 78750 — это и есть искомые десятичные доли фунта ст.; ответ: 15 ш. 9 п. = 0,7875 ф. ст. Следует заметить, что в числах таблицы, отвечающих целым пенсам, последняя цифра, если она не 0 и не 5, повторяется бесконечное число раз, так что эта таблица дает сколько угодно десятичных знаков; напр., 15 шилл. 8 п. отвечает в таблице число 78333; следов., 15sh 8d = 0,78333... ф. ст.; 11sh 7d отвечает число 57916; следов., 11sh 7d = 0,5791666... ф. ст. При отбрасывании лишних знаков соблюдать правило § 33: так, 11sh 7d = = 0,5792 £ с точностью до $\frac{1}{2}$ десятитысячной доли ф. ст. = = 0,57917 £ с точностью до $\frac{1}{2}$ сотысячной доли ф. ст. и т. д. 2) Положим, требуется выразить дробь 0,26250 £ в шиллингах и целых пенсах. Ищем это число в таблице; найдя его, мысленно проводим от него влево (или вправо) и вверх (или вниз)

прямые линии; те жирные числа, которые будут пересечены этими линиями, покажут число шиллингов (5) и пенсов (3); ответ: $5sh\ 3d$.

Если данное число в таблице не содержится, то ищем ближайшее меньшее и ближайшее большее; берем число шиллингов и два числа пенсов, отвечающие ближайшему меньшему и ближайшему большему; из этих двух чисел одно будет целое число пенсов, другое — целое число пенсов с половиной; мы берем целое число — это и будет ближайшее целое число пенсов. Напр., требуется $0,62710\ £$ выразить в шиллингах и целых пенсах; в таблице 3-й мы находим:

ближайшее меньшее	62708	$12sh\ 6\frac{1}{2}d$	} Берем
»	большее 69916	$12sh\ 7d$	

Требуется $0,62644\ £$ выразить в шиллингах и целых пенсах; в таблице 3-й находим:

ближайшее меньшее	62500	$12sh\ 6d$	} Берем
»	большее 62708	$12sh\ 7\frac{1}{2}d$	

Примечание. В таблице помещены десятичные доли ф. ст., отвечающие не только целым пенсам, но и целым с половиною пенсам. Сделано это для того, чтобы можно было данные десятичные доли фунта ст. преобразовывать в шиллинги и целые пенсы без всяких вычислений.

69. Раздробление данного числа фунтов стерлингов в пенсы при помощи таблиц 4а и 4б (стр. 51 и 52).

Пример 1: Положим, требуется раздробить $23547\ £$ в пенсы. Представим данное число в виде суммы: $20000 + 3500 + 47$, возьмем из таблицы 4а числа пенсов для каждого слагаемого и сложим их. Для 20000 ф. ст. число пенсов найдем в колонне, озаглавленной «0», следующим образом: против числа фунтов 200 стоит 48000 пенсов, увеличиваем это число пенсов в 100 раз, получаем 4.800.000 пенсов. Для 3500 ф. ст. число пенсов 84000 найдем на пересечении вертикальной линии, идущей от жирного числа 3000, с горизонтальной линией, идущей от жирного числа 500; для 47 ф. ст. найдем число пенсов, взяв число пенсов для 4700, как показано выше, и отбросив в нем два нуля (11280). Итак, искомое число пенсов: $4800000 + 840000 + 11280 = 5651280$.

Таблица 4а.

Фунты стерлингов в пенсах.

	0	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000	6.000	7.000	8.000	9.000	
0	—	240.000	480.000	720.000	960.000	1.200.000	1.440.000	1.680.000	1.920.000	2.160.000	0
100	24.000	264.000	504.000	744.000	984.000	1.224.000	1.464.000	1.704.000	1.944.000	2.184.000	100
200	48.000	288.000	528.000	768.000	1.008.000	1.248.000	1.488.000	1.728.000	1.968.000	2.208.000	200
300	72.000	312.000	552.000	792.000	1.032.000	1.272.000	1.512.000	1.752.000	1.992.000	2.232.000	300
400	96.000	336.000	576.000	816.000	1.056.000	1.296.000	1.536.000	1.776.000	2.016.000	2.256.000	400
500	120.000	360.000	600.000	840.000	1.080.000	1.320.000	1.560.000	1.800.000	2.040.000	2.280.000	500
600	144.000	384.000	624.000	864.000	1.104.000	1.344.000	1.584.000	1.824.000	2.064.000	2.304.000	600
700	168.000	408.000	648.000	888.000	1.128.000	1.368.000	1.608.000	1.848.000	2.088.000	2.328.000	700
800	192.000	432.000	672.000	912.000	1.152.000	1.392.000	1.632.000	1.872.000	2.112.000	2.352.000	800
900	216.000	456.000	696.000	936.000	1.176.000	1.416.000	1.656.000	1.896.000	2.136.000	2.376.000	900
	0	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000	6.000	7.000	8.000	9.000	

Таблица 4а.

Фунты стерлингов в пенсах.

	0	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000	6.000	7.000	8.000	9.000	
0	—	240.000	480.000	720.000	960.000	1.200.000	1.440.000	1.680.000	1.920.000	2.160.000	0
100	24.000	264.000	504.000	744.000	984.000	1.224.000	1.464.000	1.704.000	1.944.000	2.184.000	100
200	48.000	288.000	528.000	768.000	1.008.000	1.248.000	1.488.000	1.728.000	1.968.000	2.208.000	200
300	72.000	312.000	552.000	792.000	1.032.000	1.272.000	1.512.000	1.752.000	1.992.000	2.232.000	300
400	96.000	336.000	576.000	816.000	1.056.000	1.296.000	1.536.000	1.776.000	2.016.000	2.256.000	400
500	120.000	360.000	600.000	840.000	1.080.000	1.320.000	1.560.000	1.800.000	2.040.000	2.280.000	500
600	144.000	384.000	624.000	864.000	1.104.000	1.344.000	1.584.000	1.824.000	2.064.000	2.304.000	600
700	168.000	408.000	648.000	888.000	1.128.000	1.368.000	1.608.000	1.848.000	2.088.000	2.328.000	700
800	192.000	432.000	672.000	912.000	1.152.000	1.392.000	1.632.000	1.872.000	2.112.000	2.352.000	800
900	216.000	456.000	696.000	936.000	1.176.000	1.416.000	1.656.000	1.896.000	2.136.000	2.376.000	900
	0	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000	6.000	7.000	8.000	9.000	

ДЕЙСТВИЯ НАД ИМЕНОВАНЫМИ ЧИСЛАМИ

Таблица 46.

Шиллинги и пенсы в пенсах.

Шиллинги.	П Е Н С Ы.												Шиллинги.
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	1
2	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	2
3	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	3
4	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	4
5	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	5
6	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	6
7	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	7
8	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	8
9	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	9
10	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	10
11	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	11
12	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	12
13	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	13
14	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	14
15	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	15
16	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	16
17	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	17
18	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	18
19	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	19
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	

Пример 2: Раздробить 18sh 10d в пенсы. В таблице 46 находим 226d.

Пример 3: Раздробить £ 23547.18.10 в пенсы. Из таблиц 4а и 4б выписываем числа пенсов так, как показано в предыдущих примерах, и складываем их. Вычисление следует располагать так:

ф. ст.	пенсы.
20000	4800000
3500	840000
47	11280
18 ш. 10 п.	226

5651506

70. Те же таблицы могут быть использованы для решения обратной задачи, которая чаще встречается на практике; требуется представить, напр., 5651506 пенсов в виде составного именованного числа. Так как наибольшее число пенсов в табл. 4а есть 2376000, которое отвечает 9900 ф. ст., то ясно, что данное число пенсов (5651506) больше 9900 ф. ст.; ищем поэтому в столбце «0» число, старшие цифры которого были бы ближайшими меньшими по отношению к старшим цифрам данного числа; находим 48000—ближайшее меньшее по отношению к 56515; так как числу 48000 соответствует 200 фунтов, а 51515 в 100 раз меньше данного числа 5651506, то, очевидно, в данном числе содержится 200×100 ф. ст. = $48000 \times 100 = 4.800.000$ пенсов. Вычитаем это число пенсов из данного; разность $5651506 - 4800000 = 851506$ п. ищем в табл. 4а; так как ее не находим, то берем ближайшее меньшее 840000, которому отвечает 3500 ф. ст.; вычтя 840000 из 851506, находим 11506 п.; увеличив это число в 100 раз, ищем произведение; не найдя его, берем ближайшее меньшее по отношению к нему—1128000, которому соответствует 4700 ф. ст.; уменьшив это число фунтов в 100 раз, получаем 47—число единиц и десятков фунтов ст. Вычитаем $1128000 : 100 = 11280$ из последнего остатка 11506, разность $11506 - 11280 = 226$ ищем в табл. 4б, находим 18 шилл. 10 пенс. Итак, искомое составное именованное число: 23547 ф. ст. 18 ш. 10 п. Вычисление следует располагать так:

	пенсы.	ф. ст.
Данное число пенсов . . .	5651506	
—	4800000 . . . $200 \times 100 = 20000$	из табл. 4а.
	851506	
—	840000	3500 „ „ 4а.
	11506	
—	11280 . . . $4700 : 10 =$	47 „ „ 4а.
	226 . . . 18 шилл. 10 п.	„ „ 4б.

71. Таблица 5 (стр. 54) служит для превращения квартеров и англофунтов в десятичные доли центнера (§ 53) и для решения обратной задачи.

Квартеры и англофунты в десятичных долях центнера.

Фунты.	К В А Р Т Е Р Ы.				Фунты.
	0	1	2	3	
0	—	25	50	75	0
1	008 93	258 93	508 93	758 93	1
2	017 86	267 86	517 86	767 86	2
3	026 79	276 79	526 79	776 79	3
4	035 71	285 71	535 71	785 71	4
5	044 64	294 64	544 64	794 64	5
6	053 57	303 57	553 57	803 57	6
7	062 50	312 50	562 50	812 50	7
8	071 43	321 43	571 43	821 43	8
9	080 36	330 36	580 36	830 36	9
10	089 29	339 29	589 29	839 29	10
11	098 21	348 21	598 21	848 21	11
12	107 14	357 14	607 14	857 14	12
13	116 07	366 07	616 07	866 07	13
14	125 00	375 00	625 00	875 00	14
15	133 93	383 93	633 93	883 93	15
16	142 86	392 86	642 86	892 86	16
17	151 79	401 79	651 79	901 79	17
18	160 71	410 71	660 71	910 71	18
19	169 64	419 64	669 64	919 64	19
20	178 57	428 57	678 57	928 57	20
21	187 50	437 50	687 50	937 50	21
22	196 43	446 43	696 43	946 43	22
23	205 36	455 36	705 36	955 36	23
24	214 29	464 29	714 29	964 29	24
25	223 21	473 21	723 21	973 21	25
26	232 14	482 14	732 14	982 14	26
27	241 07	491 07	741 07	991 07	27
	0	1	2	3	

Пример 1: 127 ц. 3 кв. 19 ф. превратить в центнеры. В табл. 5 находим 127,91964 ц.

Пример 2: 27,83567 центнеров представить в виде составного именованного числа с точностью до $\frac{1}{2}$ англофунта.

Ищем в табл. 5 ближайшее меньшее по отношению к данной десятичной дроби, находим 83036, которому отвечает 3 кв. 9 ф.; чтобы узнать, нужно ли взять 9 или 10 фунтов, находим разность между данным числом и ближайшим меньшим: $83567 - 83036 = 00531$; сравниваем эту разность с дробью 00446, которая выражает $\frac{1}{2}$ англофунта в десятичных долях центнера; так как данная дробь (00531) больше $\frac{1}{2}$ фунта, то следует взять приближение с избытком, т.-е. 10 ф. Ответ: 27,83567 ц. = 27 ц. 3 кв. 10 ф. В частных случаях можно быстро сообразить, не делая таких вычислений, следует ли взять приближение с избытком или с недостатком; напр., в случае дроби 0,63300, очевидно, нужно взять 2 кв. 15 ф., а в случае дроби 0,62598 следует взять 2 кв. 14 ф.

72. Вычитание составных именованных чисел. Пример: из 27 центн. 3 кв. 17 ф. вычесть 12 ц. 1 кв. 19 ф. Так как разность не изменяется, если уменьшить уменьшаемое и вычитаемое на одно и то же число, то мы можем вычесть из уменьшаемого и вычитаемого по 17 ф., после чего вычисление упростится, так как придется из 27 ц. 3 кв. 0 ф. вычитать 12 ц. 1 кв. 2 ф.

73. Итальянский способ умножения. Каждое наименование составного именованного числа разлагаем на части так, чтобы первая часть представила одну долю следующей высшей единицы: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$ и т. п.; каждая последующая часть должна представлять удобный делитель одной из предшествующих частей; напр., 23 фунта 20 лотов представляем в виде: 20 ф. [$\frac{1}{2}$ пуда] + 2 ф. [делитель 20-ти] + 1 ф. [делитель 2-х] + 16 лотов ($\frac{1}{2}$ фунта) + 4 лота (делитель 16-ти). Затем каждая часть умножается на множитель, частные произведения складываются. Так как в отдельных умножениях множитель общий, а каждое последующее множимое есть делитель одного из предшествующих, то новое частное произведение следует находить посредством деления какого-либо из предшествующих произведений на частное соответственных множимых.

Пример: Умножить 16 пд. 23 ф. 11 лотов на 345.

$$345 \times 16$$

	Пуды.	Фунты.	Лоты.	
	5520			
20 ф. = $\frac{1}{2}$ пд.	172	20		... 345 пд. : 2
2	17	10		... (172 „ 20 ф.): 10
1	8	25		... (17 „ 10 „): 2
8 лот. = $\frac{1}{4}$	2	6	8	... (8 „ 25 „): 4
2 „		21	18	... (2 пд. 6 ф. 8 л.): 4
1 „		10	25	... (21 ф. 18 л.): 2
	5719	92	51	
	5721	13	19	

Отв.: 5721 п. 13 ф. 19 лотов.

1) Умножаем 16 п. на 345, получаем 5520 п.; 2) умножаем 20 ф. или $\frac{1}{2}$ пуда на 345, получаем $345 : 2 = 172$ п. 20 ф. 3) умножаем 2 ф. на 345; так как $20 \text{ ф.} \times 345 = 172 \text{ п. } 20 \text{ ф.}$ (только что найдено), то произведение $2 \text{ ф.} \times 345$ можно получить из последнего произведения, разделив его на 10 (частное от деления 20 ф. на 2 ф.); получаем 17 п. 10 ф.; 4) умножаем 1 ф. на 345; так как $2 \text{ ф.} \times 345 = 17 \text{ п. } 10 \text{ ф.}$ (см. предыдущий результат), то произведение $1 \text{ ф.} \times 345$ можно получить, разделив последнее произведение на 2 (частное от деления 2 ф. на 1 ф.); получаем 8 п. 25 ф. Так продолжаем далее. Частные произведения складываем.

74. Умножение составного именованного числа на отвлеченную дробь.

Пример: Умножить 23 центнера 3 кв. 25 ф. (§ 53) на $\frac{7}{112}$.
Решение: Умножаем множимое на числитель дроби, не делая при этом превращений, и произведение делим на числитель дроби.

$$\begin{array}{r}
 23 \text{ ц. } 3 \text{ кв. } 25 \text{ ф.} \times 7 \\
 \hline
 \begin{array}{l}
 \text{центнеры} \dots 49 \times 4 \\
 \quad \quad \quad 196 \\
 \quad \quad \quad + 21 \\
 \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad 217 \\
 \text{квартеры} \dots 105 \times 28 \\
 \quad \quad \quad 2940 \\
 \quad \quad \quad + 175 \\
 \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad 3115
 \end{array}
 \end{array}$$

$\times 7$
 \hline
 112
 \hline
 $1 \text{ ц. } 1 \text{ кв. } 28 \text{ ф.} =$
 $= 1 \text{ ц. } 2 \text{ кв. } 0 \text{ ф.}$

Решение того же примера по табл. 5 (стр. 54):

$$23 \text{ ц. } 3 \text{ кв. } 25 \text{ ф.} = 23,97321 \times 7$$

167,81247

112

$$1,49833 \text{ ц.} = 1 \text{ ц. } 2 \text{ кв. } 0 \text{ ф.}$$

(По табл. 5).

75. Действия над числами единиц метрической системы. Чтобы преобразовать (раздробить, превратить) данное число единиц метрической системы, следует предварительно выразить это число в основных единицах (метрах, литрах, граммах), а затем уже переходить к требуемым единицам, для чего придется только перенести запятую вправо в случае перехода к низшим единицам и влево—в случае перехода к высшим единицам.

Пример 1: 3 кг 5 дкг 8 сг превратить в килограммы. Решение: Выразим данное число в граммах; получим 3050,08; теперь превратим это число в килограммы, перенеся запятую влево через три цифры (так как 1 кг = 1000 г).

Чтобы написать число граммов, поступаем так: по таблице мер (§ 52) пишем числа единиц каждого наименования, начиная с килограммов, по порядку; если число единиц какого-нибудь наименования отсутствует, пишем 0. Так, в данном примере пишем: килограммы 3, гектограммы 0, декаграммы 5, граммы 0, дециграммы 0, сантиграммы 8. Дойдя до граммов, пишем после них запятую.

Пример 2: 3 км 5 дкм 8 см раздробить в дециметры. Выразив данное число в метрах, получим: 3050,08 метров; теперь раздробим это число в дециметры, умножив на 10; получим 30500,8 дм.

Если требуется произвести действия над составными именованными числами метрической системы, то данные составные именованные числа следует обратить в простые, выразив их в основных единицах, и затем произвести требуемое действие над полученными простыми числами; результат легко представить в виде составного именованного числа.

Пример: Сложить: 5 км 8 м 3 м 3 см + 32 км 5 дкм 6 дц. Решение: Выразим данные слагаемые в метрах, получим соответственно: 5803,03 и 32050,6. Сумма 37853,63 метра = 37 км 8 м 5 дкм 3 м 6 дм 3 см.

Задачи на вычисление времени.

76. На практике при нахождении числа дней, заключенного в промежутке времени, начало и конец которого заданы числами месяца (датами), напр., от 1 мая по 6 мая, могут встретиться следующие условия: 1) в искомое число дней должны войти 1 мая и 6 мая (ответ 6 дней), 2) в искомое число дней не должны войти ни 1 мая, ни 6 мая (ответ 4 дня), 3) в искомое число дней должны войти или 1 мая, или 6 мая (ответ 5 дней). В последующем мы покажем, как найти число дней, отвечающее последнему условию; каждый месяц будем считать в 30 дней.

Будем обозначать месяцы римскими цифрами: январь—I, февраль—II, март—III и т. д.

Задача 1: Вексель выдан 8 мая на 6 мес.; когда должен быть произведен платеж?

Решение: К номеру месяца выдачи (V) прибавим данное число месяцев (6); получим номер месяца ($V + 6 = XI$), когда будет произведен платеж; ответ: 8 ноября.

Задача 2: Вексель выдан 12 июля на 8 месяцев; когда нужно ожидать платежа. Ответ: $\frac{12}{VII + 8} = \frac{12}{XV}$, т.-е. 12 марта (XV—XII) следующего года.

Задача 3: Вексель выдан 5 апреля на 6 мес., оплачен до срока 3 августа; найти число досрочных дней.

Срок векселя: $\frac{5}{IV + 6} = \frac{5}{X}$ (5 октября)

вычесть $\begin{array}{r|l} 5 & X \dots\dots\dots \text{срок векселя} \\ 3 & VIII \dots\dots\dots \text{день оплаты} \end{array}$

$+ 2 \mid II \times 30 = 60$

$+ 2$

62 . . число досрочных дней.

От 3 августа до 5 октября два месяца плюс 2 дня.

Задача 4: Срок платежа по векселю 3 октября, вексель был оплачен 5 августа; найти число досрочных дней. В данном случае имеется два неполных месяца, именно не хватает $5 - 3 = 2$ дней до двух месяцев; искомое число дней: $60 \text{ минус } 2 = 58 \text{ дней.}$

Задача 5: Сколько дней от 8 августа до 3 апреля след. года.

вычесть $3 \mid \text{XVI} \cdot \frac{3}{\text{IV}}$ данного года $= \frac{3}{\text{IV} + \text{XII}}$ след. года

$8 \mid \text{VIII}$
 $- 5 \mid \text{VIX} \ 30 = 180$ дней

$- 5$

175 дней ответ.

В данном случае не хватает до полных 6 месяцев (180 дней) $8 - 3 = 5$ дней; искомое число дней: 180 минус 5 = 175 дней.

Вычисление процентов

77. Сотую часть числа в некоторых случаях называют процентом, при чем для обозначения слова «процент» пользуются знаком $\%$; так, вместо «две сотых, три сотых» говорят «два процента, три процента» и пишут: 2% , 3% ; число процентов (1, 2, $2\frac{1}{2}$, 3 и т. п.) называют таксой процентов.

78. Чтобы получить 1% (один процент) какого-нибудь числа, нужно это число разделить на 100 (§§ 26, 27); чтобы получить какое-угодно число процентов, нужно найти 1% и результат умножить на таксу процентов (общее правило).

Пример 1: Найти 2% числа 18625. Решение: Находим 1% , разделив 18625 на 100 (§ 26); результат (186,25) умножаем на 2; получаем 372,50.

Пример 2: Найти $\frac{1}{4}\%$ числа 18625. Решение: Один процент данного числа (186,25) делим на 4; получаем 46,5625.

Пример 3: Найти $\frac{5}{8}\%$ числа 18625. Решение: Данную дробь разлагаем на сумму аликвотных дробей (§§ 18, 19): $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$; вычисляем $\frac{1}{2}\%$, $\frac{1}{8}\%$, результаты складываем. Вычисление следует располагать так:

1%	186,25
$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	93,125 . . . 186,25 : 2
$\frac{1}{8}$	23,28125 . . . 93,125 : 4 [$\frac{1}{8}\%$ в 4 раза меньше $\frac{4}{8}\%$]
$\frac{5}{8}$	116,40625

Пример 4: Найти $3\frac{5}{8}\%$ числа 18625.

1%	186,25
3	558,75
$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	93,125
$\frac{1}{8}$	23,28125
$3\frac{5}{8}$	675,15625

79. П
числа [100
данного
В известн
ентов не
 $2\frac{1}{2}\% = 10$
 $9\% = 100\%$

При

80. С

$\left[\frac{100}{100} = 1\right]$
 $25\% = 100$
 $= 100\% : 8$
 $= 4656,25$

81. Т

1, 10 и 10
случае сле
легче выч
можно най
из 10%
 $[2\frac{1}{2}\% : 20]$

При

1245,25; в
Отв
 $[10\% + 5\%$
 $5\% - \frac{5\%}{10}$

82. Н

составного
нием (§§ 3
различать
единицами

79. Полезно заметить, что 10% составляют $\frac{1}{10}$ данного числа $[10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}]$ и потому получаются делением данного числа на 10; так, 10% 18625 составляют 1862,5. В известных случаях выгоднее вычислять требуемое число процентов не из одного процента, а из десяти процентов; так, $2\frac{1}{2}\% = 10\% : 4$; $5\% = 10\% : 2$; $7\frac{1}{2}\% = 10\% - 2\frac{1}{2}\%$ ($10\% : 4$); $9\% = 10\% - 1\%$; $15\% = 10\% + 5\%$; $18\% = 20\% - 2\%$ и т. п.

Пример: Найти $7\frac{1}{2}\%$ числа 427,5

Вычесть	10%	42,75	427,5 : 10
	$2\frac{1}{2}\%$	10,6875	42,75 : 4
	$7\frac{1}{2}\%$	32,0625		

80. Сто процентов числа равны самому числу $[\frac{100}{100} = 1]$; заметив это, легко вычислять $50\% = 100\% : 2$; $25\% = 100\% : 4$; $33\frac{1}{3}\% = 100\% : 3$; $16\frac{2}{3}\% = 100\% : 6$; $12\frac{1}{2}\% = 100\% : 8$ и т. п. Напр., 25% числа 18625 найдем: $18625 : 4 = 4656,25$.

81. Таким образом мы видим, что проценты по таксам 1, 10 и 100 находятся мгновенно; поэтому в каждом отдельном случае следует сообразить, при помощи какой из этих такс легче вычисляется требуемое число процентов; напр., $7\frac{5}{8}\%$ можно найти из 1% по таксам: $7\% + \frac{1}{2}\% + \frac{1}{8}\%$ или, лучше, из 10% по таксам $5\% + [10\% : 2] + 2\frac{1}{2}\%$ [$5\% : 2$] + $\frac{1}{8}\%$ [$2\frac{1}{2}\% : 20$].

Примеры: Вычислить: а) $6\frac{1}{4}\%$ от 842,5; б) $17\frac{1}{2}\%$ от 1245,25; в) $\frac{13}{16}\%$ от 940; г) $4\frac{1}{2}\%$ от 840; д) $3\frac{1}{2}\%$ от 2482.

Ответы: а) 52,65625 [$100\% : 6\frac{1}{4} = 16$]; б) 217,91875 [$10\% + 5\% + 2\frac{1}{2}\%$]; в) 7,6375 [$\frac{8}{16}\% + \frac{4}{16}\% + \frac{1}{16}\%$]; г) 378 [$5\% - \frac{5\%}{10}$]; д) 86,87 [$1\% + \frac{10\%}{4}$].

82. На практике часто приходится вычислять проценты составного именованного числа с известным приближением (§§ 32, 33). Покажем, как это делается. Будем при этом различать два случая: 1) отношение между именованными единицами, из которых составлено число, равно числу 100;

напр., 231 руб. 39 коп.; 2) отношение между именованными единицами не равно 100; напр., 567 фунт. ст. 17 шиллингов 10 пенсов (§ 58). Рассмотрим первый случай. §

Пример 1: Найти 3% числа Рб. 326.56 с точностью до $\frac{1}{2}$ коп. (§ 33). Превратим копейки в десятичные доли рубля, получим: 326,56 руб. Поступив с этим числом по правилам § 78, получим 9,7968 руб.; в результате удерживаем только первые два десятичных знака, как указывающие целые копейки; третий и последующий знаки отбрасываем, соблюдая правило § 33; получаем Рб. 9.80.

Пример 2: Найти $3\frac{5}{8}\%$ числа Рб. 231.39.

Чтобы получить окончательный результат с ошибкой не более $\frac{1}{2}$ коп., нет необходимости сохранять во всех частях вычисления все десятичные знаки. Вообще достаточно удерживать в неокончательных результатах (представляющих 3% , $\frac{4}{8}\%$, $\frac{1}{8}\%$) только три первых десятичных знака (§ 37), четвертый и последующие следует отбрасывать с применением правила § 33. В окончательном же результате следует отбросить и третий десятичный знак.

$\frac{0}{100}$	1	2,314 . . .	отброшен четвертый десят. знак.
$\frac{3}{100}$	3	6,942 . . .	$2,314 \times 3$
$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1,157 . . .	$6,942 : 2$
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0,289 . . .	$1,157 : 4$ (отброшен 4-й и послед. знаки).
$3\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$	8,388 = Рб. 8.39.	

Третий (последний) десятичный знак следует определять в уме точно в виде смешанного числа, напр., в последнем слагаемом: $37 : 4 = 9\frac{1}{4}$; затем простую дробь следует отбросить, применив правило § 34.

Пример 3: Найти $6\frac{7}{8}\%$ с Рб. 627.45.

$\frac{0}{100}$	1	6,274 ⁵	
$\frac{6}{100}$	6	43,921 *) . . .	$6,274^5 \times 6$
$\frac{7}{8}$	$\frac{7}{8}$	0,784 *) . . .	$6,274 : 8$
$6\frac{7}{8}$	$\frac{7}{8}$	43,137 = Рб. 43.14	

*) При вычитании следует иметь в виду сказанное в § 38.

В том случае, когда четвертый десятичный знак 5, то его, из осторожности, следует сохранить и принять во внимание при умножении, поскольку этот знак влияет на третий десятичный знак произведения; в данном примере: $5 \times 7 = 35$ — замечаем 3, отбрасываем 5; $4 \times 7 = 28$, $28 + 3$ (замеченная цифра) $= 31$, пишем 1, замечаем 3 и т. д. Необходимо обратить внимание на то, что, если в обозначение таксы входит дробь, которая отличается от единицы на аликвотную дробь (§ 18), то следует вычислять проценты при помощи этой аликвотной дроби, как показано в последнем примере: $6\frac{7}{8}\% = 7\% - \frac{1}{8}\%$; подобным образом: $3\frac{11}{12}\% = 4\% - \frac{1}{12}\%$; $4\frac{2}{3}\% = 5\% - \frac{1}{3}\%$ и т. д.

Примеры: Вычислить с точностью до $\frac{1}{2}$ коп.: а) $6\frac{3}{8}\%$ с Рб. 827.48; б) $11\frac{5}{8}\%$ с Рб. 1248.32; в) $7\frac{9}{16}\%$ с Рб. 924.35; г) $7\frac{7}{8}\%$ с Рб. 428.43.

Ответы: а) Рб. 52.75 (52,752 или 52,753); б) Рб. 145.12 (145,117); в) Рб. 69.90 ($7\frac{9}{16}\% = 5\% + 2\frac{1}{2}\% + \frac{1}{16}\%$; 69,905 — так как все слагаемые взяты с избытком, то, отбросив пять, не увеличиваем 0); г) Рб. 16.60 ($7\frac{7}{8}\% = 4\% - \frac{1}{8}\%$; 16,601).

83. Если число процентов — целое однозначное (напр., 2% , 3%), то проценты можно найти, не записывая лишних цифр следующим образом. Положим, нужно найти 3% числа Рб. 785.64. Отбрасываем единицы копеек умножаем число десятков копеек (6) на 3, получаем 18; берем вместо этого числа ближайшее число десятков — 2 и замечаем его; умножаем теперь единицы рублей (5) на 3, к произведению ($5 \times 3 = 15$) прибавляем замеченную цифру 2, получаем $15 + 2 = 17$, 7 пишем, 1 замечаем; далее умножаем по обыкновенному правилу, находим 2357; в результате первые две цифры справа указывают копейки искомых процентов, а все остальные цифры — рубли. Ответ: Рб. 23.57.

84. Второй случай. Когда отношение между именоваемыми единицами, из которых составлено данное число, не равно 100, то выгодно изменить порядок действий; сначала умножить данное число на таксу процентов и произведение разделить на 100; при умножении не делать превращений (срв. § 74), так как при делении пришлось бы превращенные единицы обратно раздроблять в единицы ближайшего низшего наименования.

Пример 1: Найти $3\frac{1}{2}\%$ числа £ 12871.12.10 (§ 58) с приближением до $\frac{1}{2}$ пенса.

$$\begin{array}{rcl}
 & 12871 - 12 - 10 & \times 3 \\
 \text{фунты.} \dots & 386 \overline{) 13 - 36 - 30} & \dots\dots (12871 \text{ ф. } 12 \text{ ш. } 10 \text{ п.}) \times 3 \\
 & \quad \quad \times 20 & \\
 & \quad \quad 260 & \\
 & \quad + 36 & \\
 \text{шиллинг} \dots & 2 \overline{) 96} & \times 12 \quad \dots\dots 96 \times 10 \\
 & \quad \quad 192 & \dots\dots 96 \times 2 \\
 & \quad + 30 & \dots\dots \text{пенсы делимого} \\
 \text{пенсы} \dots\dots & 11 \overline{) 82} &
 \end{array}$$

Делим 38613 на 100, получаем в частном 386 ф. (искомое число фунтов ст.), в остатке 13 (§ 26). Остаток раздробляем в шиллинги: $13 \times 20 = 260$, прибавляем шиллинги делимого, получаем $260 + 36 = 296$, делим это число на 100, получаем в частном 2 (искомое число шиллингов), в остатке 96. Остаток раздробляем в пенсы: 96×12 , сносим из делимого пенсы (30), сумму (1182) делим на 100 получаем в частном 11, в остатке 82; так как дробь $\frac{82}{100}$ больше половины пенса, то берем в частном: $11 + 1 = 12$ пенсов, т.-е. 1 шиллинг. (Это число присоединяем к шиллингам предыдущего частного).

Ответ: 386 фунтов ст. 3 шиллинга 0 пенсов.

Пример 2: Найти $3\frac{1}{2}\%$ числа £ 627.13.9.

$$\begin{array}{rcl}
 & 627 - 13 - 9 & \times 3\frac{1}{2} \\
 & 1881 - 39 - 27 & \dots\dots (627 \text{ ф. } 13 \text{ ш. } 9 \text{ п.}) \times 3 \\
 + & 313 - 16 - 10 & \dots\dots (627 \text{ ф. } 13 \text{ ш. } 9 \text{ п.}) \times \frac{1}{2} = [627 \text{ ф. } 13 \text{ ш. } 9 \text{ п.}] : 2 \\
 \hline
 21 \overline{) 94 - 55 - 37} & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 & \quad \quad \times 20 & \\
 & \quad \quad 1880 & \\
 & \quad + 55 & \\
 19 \overline{) 35} & \times 12 & \\
 & \quad \quad 70 & \\
 & \quad + 37 & \\
 & 4 \overline{) 57} &
 \end{array}$$

Ответ: 21 ф. ст. 19 ш. 5 п.

При помощи таблицы 3 (между страницами 48 и 49) эти примеры можно решать так, как показано в § 83.

Пример 1:

12871,642 (табл. 3, § 68)

%1	128,7164
3	386,1492

Пример 2:

627,6875 (табл. 3, § 68).

%1	6,2769
2 1/2	15,6922 . . . 62,7687 : 4
3 1/2	21,9691

По табл. 3 (§ 69): £ 386.5.0

По табл. 3 (§ 69): £ 21.19.5

Примеры: Найти: а) $6\frac{3}{8}\%$ числа £ 283.12.8; б) $4\frac{1}{2}\%$ числа 127 центнеров 3 квартера 19 фунтов (§ 53); в) $5\frac{3}{8}\%$ числа 263 п. 2 кв. 23 фунта (§ 53). Ответы: а) £ 18.15.10; б) 5 центн. 3 кв. 1 ф. (умножить данное число на $\frac{10}{2}$, из результата вычесть $\frac{1}{10}$ его часть, разность разделить на 100); в) 14 центн. 0 кв. 20 ф. (умножить данное число на $\frac{10}{2}$, на $\frac{1}{4}$, на $\frac{1}{8}$, произведения сложить, сумму разделить на 100). Последние два примера решить также при помощи табл. 5 (стр. 54).

85. 1) Прибыль и убыток обыкновенно выражаются в процентах той суммы, в которую обошлась покупка товара самому продавцу.

Пример: Товар был куплен за Рб. 683.55, расходы при покупке 87.23; найти выручку от продажи с прибылью 15%. Решение: стоимость товара с расходами: $683,55 + 87,23 = 770,78$; 15% (§ 79) с этой суммы 115,62; выручка от продажи: $770,78 + 115,62 = \text{Рб. } 886.40$.

2) Плата за посредничество в торговых делах выражается в процентах стоимости сделки.

3) Увеличение и уменьшение цены иногда выражается в процентах прежней цены.

Пример: Цена Рб. 12.60 повышена на 6%; найти новую цену.

Решение: 6% с 1260 коп. составляют $75\frac{6}{10}$ коп.; след., новая цена $12.60 + 75\frac{6}{10} = \text{Рб. } 13.35\frac{6}{10}$.

4) Различные уступки с веса или цены товара выражаются в процентах.

5) Вес упаковки (тара) иногда выражается в процентах полного веса товара (брутто); напр., брутто 2687 кг; если

тара составляет 4%, то она равна 107,48 кг или 107 кг с точностью до $\frac{1}{2}$ кг; собственный вес товара (нетто): $2687 - 107 = 2580$ кг.

6) Плата за временное пользование чужим капиталом—процентные деньги или интересы—выражается в процентах капитала.

Здесь указаны приложения процентов, наиболее часто встречающиеся в торговой практике.

86. Вычисление целого числа по данной таксе процентов и процентам.

Пример 1: На неизвестный капитал (x) получено Рб. 240.— прибыли; найти капитал, зная, что прибыль составляет 12%.

Решение: Так как 240 руб. составляют 12% x 'а, то 1% x 'а составляет: $240 : 12 = 20$, а целый x (100%) $= 20 \times 100 = 2000$ руб.

Пример 2: $2\frac{5}{8}\%$ неизвестного числа (x) составляют Рб. 48.89; найти это число.

Решение: $1\% x = 48,89 : 2\frac{5}{8}$; $100\% x = x = \frac{48,89 \times 100}{2\frac{5}{8}} = \frac{4889 \times 8}{21} = \text{Рб. } 1862.48.$

Примеры: Пайти x , если а) $7\frac{9}{16}\%$ его составляют Рб. 69.90; б) $11\frac{5}{8}\%$ его составляют Рб. 145.12. Ответы. а) Рб. 924.30; б) Рб. 1248.34.

87. Вычисление таксы процентов по данным: целому числу и его процентам.

Пример 1: Товар был куплен за Рб. 400.—, продан за Рб. 380.—. Сколько процентов составляет убыток?

Решение: Убыток: 400 минус $380 = 20$ руб. Сравним убыток с той суммой, которую продавец сам заплатил за товар (§ 85). Один процент этой суммы составляет 4 руб.; 4 руб. содержатся в 20 р. пять раз; следов., убыток составляет 5% той суммы, которая была заплачена за товар.

Если бы мы хотели узнать, сколько процентов выручки от продажи составляет убыток, мы должны были бы сумму убытка (20 р.) разделить на один процент выручки; получили бы: $20 : 3,8 = 5\frac{5}{19}\%$.

Пример 2: Посредник продал товар за Рб. 1862.50 и получил за услугу Рб. 67.52; сколько процентов составляет вознаграждение посредника?

Ответ: Столько процентов, сколько раз один процент суммы Рб. 1862.50 содержится в Рб. 67.52, т.-е. $67.52 : 18,625 = 3,625\% = 3\frac{5}{8}\%$ (§ 31). При решении подобных задач можно с успехом применять способ последовательного упрощения делителя (§§ 43, 44). В данном примере, очевидно, в целой части обозначения таксы получится однозначное число (67:18); положим, мы хотим найти таксу с точностью до $\frac{1}{2}$ тысячной доли; следов., в частном будет всего 4 цифры, а так как в делителе (18,625) всего 5 цифр, то по упрощенному способу можно найти только три цифры (§ 44):

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 18625 \times 3. \quad 55875 \\
 \hline
 11645 \\
 11175 \dots 5587,5 \times 2 (6:3) \\
 \hline
 470 \\
 372 \dots 186 \times 2 \\
 \hline
 98 \\
 95 \dots (18+1) \times 5
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{вба} \\
 18625 \\
 \hline
 3625 \\
 \text{абв}
 \end{array}
 \end{array}$$

88-а. При вычислении процентных отношений возможны упрощения. Положим, напр., требуется выразить наличность кассы Рб. 148542.75 в процентах стоимости всего имущества (актива) Рб. 6842573.28 с точностью до $\frac{1}{2}$ сотой доли процента. Так как в целой части искомой таксы процентов будет одна цифра (один процент данного числа равен приблизительно 68000 руб., а проценты—148000 руб.; от деления второго числа на первое получится в целой части частного одна цифра), в десятичной—две цифры, то в искомом частном будет три цифры, а потому в делителе достаточно сохранить: $3 + 2$ (пост. число) = 5 цифр (§ 44); в делимом следует взять столько же цифр, если старшая цифра делимого не делится на старшую цифру делителя, или одной цифрой меньше—в противном случае. Следовательно, в данном примере нужно делить по правилу § 43:

$$\begin{array}{r}
 \text{в б а} \\
 14854 \quad 68425 \quad \text{Отв. } 2,17\% \\
 \hline
 2,17 \\
 \text{а, б в}
 \end{array}$$

Примеры: Сколько процентов составляют: а) Рб. 69.90 по отношению к Рб. 924.30 (точность— $1/2$ десяти тысячной); б) Рб. 145.12 по отношению к Рб. 1248.34 (точность— $1/2$ тысячной). Ответы: а) $7,5625 = 7\frac{9}{16}\%$; б) $11,625 = 11\frac{5}{8}\%$.

88-6. Если нужно выразить несколько чисел в процентах одного и того числа, то лучше заменить деление умножением на обратное число ¹⁾. Пусть, напр., наличность кассы Рб. 148542.75 и стоимость имеющихся на складе товаров Рб. 1027847.53 требуется выразить в процентах стоимости всего имущества (актива) Рб. 6842573.28 с двумя десятичными знаками.

Вместо того, чтобы делить первые два числа на один процент третьего (§ 87), будем умножать их на его обратную величину, т.-е. на $1:68425,7328$. Для определения числа цифр частного, представляющего правильную десятичную дробь, применяем правило § 39 в: так как полученное частное придется умножать на числа, в целой части которых имеется по шесть цифр, то в этом частном придется взять: 6 (число цифр целой части множителя) + 2 (заданная точность), т.-е. всего 8 десятичных цифр, в числе которых будет несколько нулей. Легко сообразить, к какому разряду будет принадлежать первая значащая цифра частного: в самом деле, так как приходится делить 1 на 68425 целых, то делимое (1) придется умножить на 100000, т.-е. раздробить в стотысячные доли, чтобы иметь возможность получить цифру в частном; следов., первая значащая цифра частного будет пятая (цифра стотысячных долей), ей будет предшествовать четыре нуля (не считая нуля целых). Таким образом, в частном будет: $8 - 4 = 4$ значащих цифры и потому в делителе достаточно сохранить 6 цифр (§ 44) ²⁾:

¹⁾ Два числа называются обратными одно по отношению к другому, если их произведение равно единице; напр., 5 и $1/5$, и $2/7$ и $7/2$ и т. и.

²⁾ Обратные числа можно найти в книге Oakes W. H. Table of the Reciprocals of Numbers from 1 to 100000 (London, Ch. and E. Layton). Краткие эти числа у Дьякова (§ 48).

Деление:

Умножение (§ 41):

100000	г в б а	148542.750	1027847.530
	684257	164100 000	164100 000
68426	1 4 6 1	1485	10278
31574	а б в г	594	4111
27372		89	616
4202	О т в. 0,00001461	1	10
и т. д. (§ 43)		2169 О т в. 2,17%	15,015 О т в. 15,02%

Применяя способ умножения § 41, ищем в частных произведениях на одну цифру больше того числа десятичных цифр, которое требуется заданием (т.-е. три десят. цифры). После первого же умножения легко было заметить, что ■ данном примере старшую цифру частного следует подписывать под цифрой сотен множимого, а разряды ниже сотен отбрасывать.

Пример: Касса 4242.85, товары 37428.53, дебиторы 25475.18, обстановка 1269.83. Выразить части актива в процентах (с двумя десятичными знаками) общей его суммы. Ответ: 6,20; 54,71; 37,23 и 1,86.

89. Тысячную долю числа называют «промилль» и обозначают ‰ ; так $\frac{1}{1000}$, $\frac{1\frac{1}{2}}{1000}$ обозначают: 1‰ , $1\frac{1}{2}\text{‰}$. Для вычисления промилль следует применять правила, выведенные для вычисления процентов, с соответств. изменениями. Заметим, что $1\text{‰} = 10\text{‰‰}$ и $1\text{‰‰} = 0,1\text{‰}$.

Пример: Товар застрахован п Рб. 5500.—; страховая премия $2\frac{3}{4}\text{‰‰}$; вычислить страховую премию. Решение: Заметив, что $2\frac{3}{4}\text{‰‰} = 3\text{‰‰} - \frac{1}{4}\text{‰‰}$, находим 1‰‰ с данной суммы, получаем $5500 : 1000 = 5,5$; 3‰‰ составляют $5,5 \times 3 = 16,5$; $\frac{1}{4}\text{‰‰} = 5,5 : 4 = 1,375$; следов., $2\frac{3}{4}\text{‰‰}$ составляют $16,5 - 1,375 = 15,125$, т.-е. Рб. 15.13.

Проценты „на 100“ и „во 100“

90. Задача 1: Взято займа Рб. 4000.— с условием уплатить через год капитал с процентами из 7%; сколько будет уплачено в срок? **Решение:** $4000 + \frac{7}{100} \text{ с } 4000 = 4000 + 280 = 4280$ руб.; в срок будет уплачено Рб. 4280.—. **Задача 2:** Был взят п займа некоторый капитал с условием уплатить его через год с процентами из 7%; в срок было уплачено Рб. 4280.—. Найти проценты по займу и капитал. **Решение:** Неизвестный капитал содержит 100%, к нему прибавлено 7% его же; таким образом, получается 107% неизвестн. капитала, которые равны данной сумме Рб. 4280.—. Проценты (7%) по отношению к капиталу с процентами (107%) составляют $\frac{7}{107}$ последнего; чтобы найти эти проценты, следует взять от данного капитала с процентами (Рб. 4280.—) его $\frac{7}{107}$ частей; следов., искомые проценты $= 4280 \times \frac{7}{107} = 280$ руб. Искомый капитал—4280 минус 280 = Рб. 4000.— (его можно найти непосредственно из данного капитала с процентами, взяв $\frac{100}{107}$ частей его).

Проценты по отношению к сумме капитала с процентами и называются «процентами на 100», а проценты по отношению к самому капиталу называются «процентами со 100».

Проценты «на 100» приходится вычислять в таких задачах, где дается сумма двух слагаемых, из которых одно слагаемое представляет собою проценты другого слагаемого; дается такса, по которой вычислялись проценты; требуется найти какое-нибудь из названных слагаемых.

91. Мы рассмотрели в предыдущем параграфе две задачи, составленные так, что неизвестное одной задачи является данным другой задачи, и наоборот; так, полученный в ответе первой

задачи неизвестный капитал с процентами (Рб. 4280.—) является данным для второй задачи, а известный капитал с процентами второй задачи является в первой задаче неизвестным; все остальные данные обеих задач одинаковы. Такие две задачи называются: одна прямой, другая—обратной по отношению к той, которая названа прямой. Будем считать прямой задачей ту из двух задач, которая наиболее часто встречается на практике; так как чаще всего приходится по данному капиталу и процентной таксе вычислять наращенный капитал, то будем эту задачу считать прямой (первая задача § 90): тогда вычисление первоначального капитала по данному наращенному капиталу и процентной таксе придется считать обратной задачей. Установлено обычаем в прямых задачах проценты всегда считать со 100. Если в прямой задаче проценты считались «со 100» и были прибавлены, то в обратной задаче, чтобы согласовать ее решение с решением прямой задачи, их придется считать «на 100» с данной суммы и вычитать из нее.

92. Задача 1: Выдано займа Рб. 4000.— на 1 год из 7%, при чем проценты были удержаны из капитала; сколько было выдано при заключении займа? Решение: 4000 минус $\frac{7}{100}$ с 4000 = $4000 - 280 = 3720$ руб.; выдано при заключении займа Рб. 3720.— (в срок будет уплачено Рб. 4000.—). **Задача 2 (обратная):** Должник получил займа некоторый капитал на 1 год из 7%; проценты по займу были удержаны при заключении займа и должнику было выдано Рб. 3720.— Найти проценты по займу и капитал. Решение: Из неизвестного капитала, содержащего 100%, вычтем его проценты—7%, получим: $100\% - 7\% = 93\%$; следов., проценты составляют $\frac{7}{93}$ частей данной разности, а неизвестный капитал $\frac{100}{93}$ ее же; таким образом, находим $3720 \cdot \frac{7}{93} = 280$ руб.—искомые проценты, $3720 + 280 =$ Рб. 4000.— искомый капитал (или $3720 \cdot \frac{100}{93} = 4000$). •

Проценты по отношению к результату вычета процентов из капитала называются «процентами во 100».

Проценты «во 100» приходится вычислять в таких задачах: дается разность двух чисел, из которых

вычитаемое представляет собою проценты уменьшаемого; дается такса, по которой вычислялись проценты; требуется найти вычитаемое или уменьшаемое. Первая из двух задач, рассмотренных здесь, наиболее часто встречается на практике, почему мы считаем ее прямой, вторую задачу мы должны считать обратной. В прямой задаче мы считали проценты «со 100» (§ 91) и вычитали из данного числа, в обратной задаче проценты необходимо было вычислять «во 100», чтобы проверочное решение обратной задачи могло воспроизвести решение прямой задачи.

93. Таким образом, мы видим, что 7% иногда нужно понимать как $\frac{7}{100}$ данного числа (во всех прямых задачах), иногда же, как $\frac{7}{107}$ и $\frac{7}{93}$ (в обратных задачах). Если данное число есть результат прибавления к неизвестному числу его процентов, то следует вычислять 7%, как дробь $\frac{7}{107}$ от данного числа (заметим, что в этом случае знаменатель дроби $\frac{7}{107}$ также представляет результат прибавления числителя к знаменателю дроби $\frac{7}{100}$). Если данное число есть результат вычитания из неизвестного числа его процентов, то следует вычислять 7%, как дробь $\frac{7}{93}$ от данного числа (заметим, что в этом случае знаменатель дроби $\frac{7}{93}$ также представляет результат вычитания числителя из знаменателя дроби $\frac{7}{100}$).

Полезно обратить внимание еще на следующее: если для образования знаменателя дроби, при помощи которой решается задача, числитель прибавляется к знаменателю, то полученные проценты вычитаются из данного числа (случай процентов «на 100»); если же для образования знаменателя этой дроби числитель вычитается из знаменателя, то полученные проценты прибавляются к данному числу (случай процентов «во 100»); так, в обратной задаче § 90 мы вычисляли от данного числа (4280 руб.) дробь $\frac{7}{100+7} = \frac{7}{107}$ и полученные проценты (280) вычитали из данного числа (4280); в обратной задаче § 92 мы вычисляли от данного числа (3720 руб.) дробь $\frac{7}{100-7} = \frac{7}{93}$ и полученные проценты (280) прибавляли к данному числу (3720). Заметив это, можно механизировать

решение
выясняем,
ному чис
что проце
знаменате
следует чи
чающей д
в случае 30
дан капит
и тот кап
искомый
центы д
(3720 р.),
процентов

и взять 3
Чис

«со 100»,
напр., $\frac{7}{100}$

94.

в Рб. 568

выручку с

чаем Рб

= Рб. 64

Об

былю 1

Решени

к неизве

13

100 + 13

мая при

былю, м

= Рб. 5

Прямая

% 10

3

13

решение обратных задач следующим образом: прежде всего выясняем, нужно ли будет прибавить искомые проценты к данному числу или вычесть их из данного числа; если окажется, что проценты нужно будет прибавить, то для получения знаменателя дроби, которую придется брать от данного числа, следует числитель вычесть из знаменателя дроби, отвечающей данной таксе, т.-е. в случае 2% ($\frac{2}{100}$) взять $\frac{2}{98}$, в случае 3% ($\frac{3}{100}$) взять $\frac{3}{97}$ и т. п.; напр., в обратной задаче § 92 дан капитал за вычетом процентов (3720 руб.), ищутся проценты и тот капитал, из которого были вычтены проценты; ясно, что искомый капитал больше данного числа и, следов., проценты должны быть прибавлены к данному числу (3720 р.), чтобы получить неизвестный капитал; для вычисления процентов придется из дроби $\frac{7}{100}$ образовать дробь $\frac{7}{100 - 7} = \frac{7}{93}$ и взять эту дробь от данного числа (3720).

Числители дробей, отвечающих процентам «со 100», «на 100» и «во 100», одинаковы для данной таксы; напр., $\frac{7}{100}$, $\frac{7}{107}$, $\frac{7}{93}$.

94. Прямая задача: Покупка товаров обошлась в Рб. 568.84; он продан с прибылью 13%; найти прибыль и выручку от продажи. **Решение:** Ищем $\frac{13}{100}$ числа 568,84 получаем Рб. 73.95.— это прибыль; выручка: $568,84 + 73,95 =$ Рб. 642.79.

Обратная задача: Товар продан за Рб. 642.79 с прибылью 13%; найти прибыль и покупную стоимость товара. **Решение:** Данное число 642.79 есть результат прибавления к неизвестному числу прибыли; следов., нужно вычислить дробь $\frac{13}{100 + 13} = \frac{13}{113}$ числа 642,79, получим 73,95—это будет искомая прибыль; покупная стоимость, в случае продажи с прибылью, меньше выручки; следов., она найдется: $642,79 - 73,95 =$ Рб. 568.84.

Прямая задача—проценты «со 100». **Обратная задача—проценты «на 100».**

%10	56,884	568,84 : 10
3	17,064	5,688 × 3
13	73,948	= Рб. 73.95.

642,79 < 13
192837
8356,27
113
73,95

Примеры: а) товар продан за Рб. 2758.68 с прибылью $17\frac{3}{4}\%$; найти прибыль и покупную стоимость товара; б) покупка товара обошлась в Рб. 2342.83; он продан с прибылью $17\frac{3}{4}\%$; найти прибыль и выручку от продажи. Ответы а) 415.85; 2342.83; б) 415.85; 2758.68.

95. Прямая задача: Покупка товара обошлась Рб. 568.84; он продан с убытком 13% ; найти убыток и выручку от продажи. Решение: Убыток— 13% числа 568,84 составляет Рб. 73.95; выручка: $568,84 - 73,95 = \text{Рб. } 494.89$.

Обратная задача: Товар продан за Рб. 494.89 с убытком 13% ; найти убыток и покупную стоимость товара. Решение: Данное число 494,89 есть результат вычитания убытка из неизвестной покупной стоимости; следов., нужно вычислить дробь $\frac{13}{100 - 13} = \frac{13}{87}$ данного числа, получим Рб. 73,95 —убыток; покупная стоимость, в случае убытка, больше выручки; следов., она равна $494,89 + 73,95 = \text{Рб. } 568.84$.

$$494,89 \times 13$$

$$\begin{array}{r|l} 6433,57 & 13 \dots \dots \text{дополнение (§ 7). Применить прием § 25.} \\ & 87 \\ & \hline & 73,94 + 1 = \text{Рб. } 73.95. \end{array}$$

Примеры: а) товар продан за Рб. 820.08 с убытком $8\frac{5}{8}\%$; найти убыток и покупную стоимость товара; б) покупка товара обошлась в Рб. 897.49; он продан с убытком $8\frac{5}{8}\%$; найти и убыток и выручку от продажи. Ответы: а) 77.41; 897.49; б) 77.41; 820.08.

96. Мы видели, что 7% «со ста» отвечает дробь $\frac{7}{100}$, 7% «на сто» отвечает дробь $\frac{7}{107}$, 7% «во сто» отвечает дробь $\frac{7}{93}$; эти дроби указывают соотв., какую часть первоначального числа, числа плюс его проценты, числа минус его проценты составляют проценты. Легко заметить, что вторая и третья дроби составляются из первой дроби (будем называть ее основной) следующим образом: 1) чтобы получить дробь, отвечающую процентам «на 100», следует взять соотв. основную дробь, прибавить к знаменателю этой дроби ее числитель—это будет знаменатель искомой дроби; за числитель искомой дроби принять числитель основной дроби; 2) чтобы получить дробь, отвечающую процентам «во 100», следует взять соотв. основную дробь, вычесть из знаменателя этой дроби ее числитель—это будет знаменатель искомой дроби; за числитель искомой дроби

принять числитель основной дроби. Вычисление значительно упрощается, если предварительно сократить основную дробь (в случае процентов «во 100» не всегда получается упрощение вычисления—см. § 25).

Таксы.	Дробь «со 100».	Дробь «на 100».	Дробь «во 100».
$2\frac{1}{3}\%$	$\frac{7}{300}$	$\frac{7}{307}$	$\frac{7}{293}$
$2\frac{1}{2}\%$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{41}$	$\frac{1}{39}$
4%	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{26}$	$\frac{1}{24}$
$\frac{1}{4}\%$	$\frac{1}{400}$	$\frac{1}{401}$	$\frac{1}{399}$
$\frac{5}{8}\%$	$\frac{1}{160}$	$\frac{1}{161}$	$\frac{1}{159}$
$\frac{15}{16}\%$	$\frac{3}{320}$	$\frac{3}{323}$	$\frac{3}{317}$

97. Прямая задача: Куплен товар посредником (комиссионером) по нашему поручению за Рб. 823.42, его комиссия $2\frac{1}{2}\%$; во сколько обошлась покупка товара? Решение: комиссия— $2\frac{1}{2}\%$ числа 823,42—составляет (§ 79): $82,342 : 4 =$
 $=$ Рб. 20.59; счет комиссионера на $823,42 + 20,59 =$ Рб. 844.01.

Обратная задача: Покупка товара с комиссией (комисс. вознаграждением) $2\frac{1}{2}\%$ обошлась нам Рб. 844.01; найти комиссию и сумму, с которой была взята комиссия. Решение Ищем $2\frac{1}{2}\%$ «на 100» числа 844,01, т.-е. $\frac{1}{41}$ (§ 96) этого числа получаем: $844,01 : 41 =$ Рб. 20.59; сумма, с которой взята комиссия: $844,01 - 20,59 =$ Рб. 823.42.

Примеры: а) Покупка товара обошлась ■ Рб. 2657.28 с комиссией в $4\frac{1}{2}\%$; найти комиссию; б) комиссионер купил товар за Рб. 2542.85, его комиссия $4\frac{1}{2}\%$; найти комиссию. Ответы: а) 114.43; б) 114.43.

98. Прямая задача: Продан товар посредником по нашему поручению за Рб. 785.64, его комиссия 3%; найти комиссию и чистую выручку (выручку за вычетом комиссии) Решение: 3% числа 785,64 составляют (§ 83) Рб. 23.57—искомая комиссия; чистая выручка: $785,64 - 23,57 =$ Рб. 762.07.

Обратная задача: От продажи товара посредником за вычетом комиссии 3% получено Рб. 762.07; найти комиссию ■ сумму, с которой была взята комиссия (валовую выручку). Решение: Ищем 3% «во 100» числа 762.07, т.-е. $\frac{3}{97}$ этого числа, получаем комиссию Рб. 23.57; сумма, с которой взята комиссия: $762,07 + 23,57 =$ Рб. 785.64.

Примеры: а) От продажи товара посредником выручено, за вычетом комиссии $3\frac{1}{2}\%$, Рб. 665.13; найти комиссию и валовую выручку; б) посредник выручил от продажи Рб. 689,25, его комиссия $3\frac{1}{2}\%$; найти комиссию и чистую выручку. Ответы: а) 24.12; 689.25; б) 24.12; 665.13.

99. Прямая задача: Цена товара Рб. 12.80, скидка 10% ; найти цену за вычетом скидки. Решение: 10% числа 12,8 составляют 1,28, цена за вычетом скидки: $12,8 - 1,28 =$ Рб. 11.52.

Обратная задача: Цена за вычетом 10% составляет Рб. 11.52; найти скидку и цену до вычета скидки. Решение: Ищем 10% «во 100» числа 12,8, т.-е. $\frac{1}{9}$ этого числа; находим $11,52 : 9 = 1,28$; цена до вычета скидки: $11,52 + 1,28 =$ Рб. 12.80.

Примеры: а) Желают получить за вычетом 8% -ной скидки Рб. 23.78; какую следует назначить цену? б) Цена 25.85, скидка 8% ; сколько получено за вычетом скидки? Ответы: а) Рб. 25.85; б) Рб. 23.78.

100. Прямая задача: Курс (стоимость) фунта стерлингов Рб. 8.40 повысился на 3% ; найти новый курс. Решение: $8,4 + 0,252 =$ Руб. 8.65,2 — новый курс.

Обратная задача: Если курс фунта стерлингов Рб. 8.40 повысился на 3% , то как изменился соотв. курс рубля, выраженный ■ фунтах ст.? Решение: из первого курса (1 фунт. ст. = 8,4 руб.) находим, что 1 руб. = 0,11905 фунта ст.; из нового курса (1 фунт ст. = 8,652 руб.) находим, что 1 руб. = 0,11558; отсюда видим, что курс рубля, выраженный в фунтах ст., понизился на $0,11905 - 0,11558 = 0,00347$ фунта ст.; это понижение составляет 3% «на сто» первоначального курса 0,11905; в самом деле: $0,11905 \cdot \frac{3}{100} = 0,00347$.

Примеры: а) Курс фунта ст. 9. — повысился на 2% ; найти новый курс; б) если курс фунта ст. 9. — повысился на 2% , то как изменился курс рубля, выраженный в фунтах ст.? Ответы: а) 9.18; б) курс рубля понизился на 2% «на сто», т.-е. на $1\frac{40}{51}\%$ «со 100».

101. Прямая задача: Курс фунта ст. Рб. 8.80 понизился на 5% ; найти новый курс. Решение: новый курс: $8,8 - 0,44 =$ Рб. 8.36.

Обратная задача: Если курс фунта ст. понизился на 5% , то как изменился соотв. курс рубля, выраженный

в фунтах ст.? Решение: Мы покажем так, как это сделали в предыдущем параграфе, что соотв. курс рубля в фунтах ст. повысился на 5% «во 100». В самом деле, из первого курса находим: $1 \text{ руб.} = \frac{1}{8,8} = 0,11364 \text{ ф. ст.}$, из

второго курса: $1 \text{ руб.} = \frac{1}{8,36} = 0,11962$; разница: $0,11962 - 0,11364 = 0,00598 \text{ ф. ст.}$; эта разница составляет $\frac{5}{95} = \frac{1}{19}$ первоначального курса $0,11364$ ($0,11364 : 19 = 0,00598$).

Примеры: а) Курс фунта ст. 9. — понизился на 2%; найти новый курс; б) если курс фунта ст. 9. — понизился на 2%, то как изменился курс рубля, выраженный в фунтах ст.? Ответы. а) 8,82; б) курс рубля повысился на 2% «во 100», т.-е. на $2\frac{2}{49}\%$ «со 100».

102. Иногда требуется найти проценты по нескольким таксам, от одного и того же числа. В прямых задачах можно: 1) найти проценты по каждой таксе отдельно и результаты сложить; 2) сложить таксы и вычислять проценты по полученной сумме такс; в обоих случаях получится один и тот же результат¹⁾; в обратных же задачах получаются различные результаты; в самом деле 1% «со ста» + 1% «со ста» = 2% «со ста», так как $\frac{1}{100} + \frac{1}{100} = \frac{2}{100}$; в случае же процентов «на сто», 1% «на сто» + 1% «на сто» = $\frac{1}{101} + \frac{1}{101} = \frac{2}{101}$, между тем как 2% «на сто» = $\frac{2}{98}$; как видим, сумма 1% «на сто» + 1% «на сто» не равна 2% «на сто»; то же мы заметим относительно процентов «во сто». Так как при проверке обратной задачи должны получиться числа прямой задачи, то в обратных задачах следует вычислять проценты «на 100» или «во 100» по сумме данных такс:

Прямая задача.

$$\begin{array}{r} 100 \\ + 2\% \dots 2 + \\ + 3\% \dots 3 \quad 5 \\ \hline 105 \end{array}$$

Обратная задача.

$$\begin{array}{r} 105 \\ 2\% | 5\% \text{ «на сто»} \\ 3\% | \\ \hline 5 \text{ —} \\ \hline 100 \end{array}$$

¹⁾ В тех случаях, когда проценты находятся с известным приближением может получиться небольшая разница вследствие различных отбрасываний десят. знаков.

Если бы мы взяли в обратной задаче $\frac{2}{102}$ числа 105 (2% «на сто») и $\frac{3}{103}$ того же числа (3% «на 100»), то не получили бы в сумме 5 и, стало быть, не восстановили бы решения прямой задачи. Можно также вычислять отдельно $\frac{2}{105}$ и $\frac{3}{105}$ данного числа (это уже не будут проценты «на 100»).

Примеры: а) Найти $1\frac{1}{2}\%$ „на 100“ и $3\frac{1}{2}\%$ „на 100“ с Рб. 427.85; б) найти $1\frac{1}{2}\%$ „во 100“ и $3\frac{1}{2}\%$ „во 100“ с Рб. 629.37. Ответы: а) 20,37 (6.11 и 14.16); б) 33.12 (9.94 и 23.19).

103. Прямая задача: Продан товар комиссионером по нашему поручению за Рб. 683.45 (валовая выручка); из этой суммы удержаны им следующие расходы, уплаченные за наш счет: приемка товара и сдача его покупателю Рб. 25.18, провоз 67.15, 1% куртажа (плата так назыв. маклеру, который находит покупателю продавца, а продавцу—покупателя) и 3% комиссии; остаток—«чистая» выручка—выплачен нам. Найти куртаж, комиссию (эти расходы берутся с валовой выручки) и чистую выручку. Решение: 1% ($\frac{1}{100}$) числа 683,45 составляет Рб. 6.83, 3% ($\frac{3}{100}$) того же числа—Рб. 20.50; сумма расходов: $25,18 + 67,15 + 6,83 + 20,50 =$ Рб. 119.66; чистая выручка: $683,45 - 119,66 =$ Рб. 563.79.

Обратная задача: Чистая выручка от продажи товара комиссионером составляет Рб. 563.79; расходы при продаже приемка товара и сдача его покупателю Рб. 25.18, провоз Рб. 67.15, куртаж 1%, комиссия 3%; найти куртаж, комиссию и валовую выручку. Решение: 1) прибавим прежде всего к чистой выручке непропорциональные расходы: $563,79 + 25,18 + 67,15 = 656,12$; 2) найдем с этого числа $1 + 3 = 4\%$ «во сто», т.-е. $\frac{1}{24}$ (§ 96); получим: $656,12 : 24 =$ Рб. 27.34 — куртаж и комиссия; прибавив к 656,12 эти последние расходы, найдем валовую выручку: Рб. 683.46 (разница ■ 1 копейку произошла от того, что в прямой задаче куртаж и комиссия вычислялись отдельно, а здесь — общей суммой). Если бы мы хотели узнать куртаж и комиссию отдельно, то должны были бы взять соотв. $\frac{1}{96}$ и $\frac{3}{96}$ числа 656,12 (§ 102); получили бы соотв.: 6,83 и 20,50.

Примеры: а) Чистая выручка от продажи товара комиссионером Рб. 1272.97; расходы: провозная плата 89.37, приемка товара 12.65, куртаж $\frac{1}{2}\%$, комиссия $3\frac{1}{4}\%$; найти валовую выручку; б) валовая выручка от продажи

товара Рб.
куртаж $\frac{1}{2}\%$
б) 1272.97.

104

поручени
за наш
мости
сумму
товара
влет 2
851,77

О

чению

сумму

Рб. 28

на от

Реше

к нач

сию —

и не

$\frac{21}{2}$

873,

873,

873,

за Р

со с

пред

дую

тов

ход

с

ва

п

т

товара Рб. 1428.56; расходы: приемка товара 12.65, провозная плата 89.37 куртаж $1\frac{1}{2}\%$, комиссия $3\frac{1}{4}\%$; найти чистую выручку. Ответы: а) 1428.56 б) 1272.97.

104. Прямая задача: Комиссионер купил по нашему поручению товар за Рб. 823.42, при отправке товара уплатил за наш счет Рб. 28.35; его комиссия — $2\frac{1}{2}\%$ с суммы стоимости товара с расходами; найти комиссию и сумму счета комиссионера. Решение: Стоимость товара с расходами: $823,42 + 28,35 = 851,77$; комиссия составляет $2\frac{1}{2}\%$ этой суммы: Рб. 21.29; сумма счета комиссионера: $851,77 + 21,29 =$ Рб. 873.06.

Обратная задача: Комиссионер купил по нашему поручению товар и представил счет на Рб. 873.06, в какую сумму входит кроме стоимости товара расход на отправку Рб. 28.35 и комиссия $2\frac{1}{2}\%$ со стоимости товара с расходами на отправку; найти комиссию и стоимость товара без расходов. Решение: Рассматривая решение прямой задачи от конца к началу, мы заметим, что прежде всего нужно найти комиссию — $2\frac{1}{2}\%$ «на сто» числа 873.06, затем вычесть комиссию и непропорциональный расход из того же числа. Так как $2\frac{1}{2}\%$ «на сто» $= \frac{1}{41}$ данного числа, то искомая комиссия: $873,06 : 41 =$ Рб. 21.29; искомая стоимость без расходов: $873,06 - 21,29 - 28,35 =$ Рб. 823.42.

Примеры: а) Комиссионер купил по нашему поручению товар за Рб. 689.25, заплатил за отправку Рб. 12.65, маклеру 1% ; комиссия $3\frac{1}{2}\%$ со стоимости товара с расходами; найти сумму покупного счета; б) комиссионер представил счет на покупку товара на Рб. 733.60; в эту сумму вошли следующие расходы: отправка 12.65, маклеру 1% ; комиссия $3\frac{1}{2}\%$ со стоимости товара с расходами; найти куртаж, комиссию, сумму стоимости товара без расходов. Ответы: а) 733.60; б) 6.89; 24.81; 689.25 (комиссия — $3\frac{1}{2}\%$ „на 100“ с Рб. 733.60; вычтя комиссию из Рб. 733.60 и непропорц. расход Рб. 12.65, взять 1% „на 100“ с разности — это и будет куртаж).

105. Прямая задача: Комиссионер купил по нашему поручению ценные бумаги за Рб. 6842.75, уплатил почтовые и телеграфные расходы за наш счет Рб. 6.83; его комиссия $1\frac{1}{4}\%$; комиссию считать только со стоимости проц. бумаг; на какую сумму составлен счет комиссионера? Решение: комиссия $1\frac{1}{4}\%$ с 6842,75 составляет Рб. 17.11; сумма счета: $6842,75 + 6,83 + 17,11 =$ Рб. 6866.69.

Обратная задача. Сумма счета комиссионера, купившего ценные бумаги по поручению, составлена на Рб. 6866.69; в эту сумму входят почтовые и телеграфные расходы Рб. 6.83 и комиссия $\frac{1}{4}\%$, которая взята со стоимости ценных бумаг; найти комиссию и стоимость ценных бумаг. Решение: в этом случае комиссию нельзя вычислять так, как мы вычисляли ее в § 104; нужно предварительно вычесть из суммы счета непропорциональный расход (срв. § 103) и взять $\frac{1}{4}\%$ «на сто» результата; следов., вычитаем 6,83 из 6866,69, получаем 6859.86, находим $\frac{1}{401}$ (§ 96) этого числа, получаем искомую комиссию Рб. 17.11 и стоимость ценных бумаг: $6859.86 - 17.11 = \text{Рб. } 6842.75$.

Пример: Комиссионер представил отчет о покупке ценных бумаг на Рб. 5896.70, в какую сумму вошли расходы: почтовые и телеграфные 3.87, комиссия $\frac{2}{5}\%$ со стоимости бумаг без расходов; найти комиссию и стоимость бумаг без расходов. Ответ: 23.48; 5869.35.

106. Между процентами «со 100», с одной стороны, и процентами «на 100» и «во 100», с другой стороны, при одной и той же таксе существует следующее соотношение: 1) проценты «на 100» = проценты с данного числа, минус проценты этих процентов, плюс проценты последних процентов, минус проценты только что полученных процентов и т. д.; все эти проценты берутся «со 100» по данной таксе; 2) проценты «во 100» = проценты данного числа, плюс проценты этих процентов, плюс проценты последних процентов и т. д.; все эти проценты берутся «со 100» по данной таксе. Так как ряды эти быстро убывают, то обыкновенно достаточно бывает вычислить 2—3 раза проценты, чтобы получить результат с требуемой точностью.

Обозначив через t — таксу процентов, k — данное число, проценты которого требуется вычислить, найдем, что проценты «на сто» выразятся рядом

$$k \cdot \frac{t}{100+t} = \frac{kt}{100} - \frac{kt^2}{(100)^2} + \frac{kt^3}{(100)^3} - \frac{kt^4}{(100)^4} + \dots$$

который получается от деления kt на $100+t$ по правилам алгебры. Из этого ряда получается указанная выше зависимость между процентами «на 100» и процентами «во 100».

Подобным образом для процентов «во сто» получим:

$$k \cdot \frac{t}{100 - t} = \frac{kt}{100} + \frac{kt^2}{(100)^2} + \frac{kt^3}{(100)^3} + \frac{kt^4}{(100)^4} + \dots$$

Вычислим, напр., $\frac{1}{4}\%$ «на сто» числа 6859,86 (§ 105) с точностью до $\frac{1}{2}$ сотой доли. Ищем $\frac{1}{4}\%$ данного числа «со 100» с тремя десятичными знаками, находим 17,150; теперь ищем $\frac{1}{4}\%$ числа 17,150, находим 0,043; далее продолжать вычисление бесполезно, так как получатся дроби, которыми мы пренебрегаем; вычтя 0,043 из 17,150 (см. выше первую формулу), получаем 17,107 или 17,11 с точностью до $\frac{1}{2}$ сотой доли (срв. вычисление в обратной задаче предыдущего параграфа).

Такой способ вычисления выгодно применять в случае небольших такс (комиссия и 'куртаж в банковых операциях), при чем нередко можно найти ответ в уме.

Вычисление интересов

107. Заемщик за пользование капиталом заимодавца платит ему вознаграждение, называемое интересами (по франц. означает прибыль). Размер интересов определяется по взаимному соглашению между заемщиком и заимодавцем и выражается в процентах (сотых долях) капитала. Обыкновенно улавливаются, сколько процентов заемщик будет платить за один год пользования капиталом: это число процентов называется (годовой) таксой процентов (интересов). Так как интересы выражаются в процентах капитала, то их обыкновенно называют процентными деньгами или просто процентами.

108. Вычисление интересов за промежуток времени, выраженный в месяцах. Из годовой таксы узнаем, сколько сотых долей капитала составляют интересы за данное число месяцев, затем вычисляем это число сотых долей от данного капитала.

Пример: Найти $5\frac{1}{2}\%$ за 7 мес. с Рб. 13247.52.
Решение: за 12 месяцев считается $5\frac{1}{2}\%$, за 1 мес. — $5\frac{1}{2} : 12 = \frac{11}{24}$; за 7 мес. — $\frac{11}{24} \times 7 = \frac{77}{24} = 3\frac{5}{24}\%$; ищем $3\frac{5}{24}\%$ числа 13247,52 с точностью до $\frac{1}{2}$ коп. (§ 82), получаем Рб. 425.02.

$\% 1$	132,475	
3	397,425	$132,475 \times 3$
$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$	22,079	$132,475 : 6$
$\frac{1}{24}$	5,520	$22,079 : 4$
$3\frac{5}{24}$	425,024	Рб. 425.02

Если число месяцев 1, 2, 3, 4, 6, т.-е. представляет aliquotную дробь (§ 18) года, то данную таксу следует разделить на знаменатель этой дроби; напр., в год $6\frac{1}{2}\%$, в 4 мес. — $6\frac{1}{2} : 3 = 2\frac{1}{6}\%$ (отдельно делим целое и отдельно дробь на 3).

Если дополнение данного числа месяцев до 12-ти представляет аликвотную дробь года (напр., 11, 10, 9, 8 мес.), то выгодно бывает находить проценты за год и вычитать из них долю процентов, отвечающую этому дополнению; пусть, напр., требуется найти $8\frac{1}{2}\%$ за 11 мес., с Рб. 632,48; ищем $8\frac{1}{2}\%$ с 632,48 с тремя десятичными знаками, находим 53,760; отсюда вычитаем проценты за 1 мес., составляющие $\frac{1}{12}$ числа 53,760, т.-е. 4,480; искомые проценты: $53,760 - 4,480 = \text{Рб. } 49,28$ (при вычитании иметь ■ виду § 38).

Примеры: Найти интересы: а) $9\frac{1}{2}\%$ за 5 мес. с Рб. 4242,75; б) $7\frac{3}{4}\%$ за 10 мес. с Рб. 3425. Ответы: а) 167,94; б) 221,20.

109. Вычисление интересов за промежуток времен, выраженный в днях. Для простоты вычислений принимают: месяц = 30 дням, год = 360 дням; такие год и месяц называются коммерческими.

Задача: Сколько составляют интересы с Рб. 5628,58 за 127 дней по 3% . Чтобы получить общее правило для решения подобных задач, решим данную задачу, только обозначая действия, но не выполняя их на самом деле. Интересы за год или 360 дней составляют $\frac{3}{100}$ (§ 107) капитала; следов., они равны $\frac{5628,58 \times 3}{100}$; это интересы за год или за 360 дней;

отсюда получаем интересы за день $-\frac{5628,58 \times 3}{100 \times 360}$ и, наконец, за

127 дней $-\frac{5628,58 \times 3 \times 127}{100 \times 360}$ — это и есть общая формула

для вычисления интересов за данное число дней; следов., для вычисления этих интересов следует капитал, число дней и таксу перемножить и произведение разделить на постоянное число 36000. Выполнив действия в данном примере, получим Рб. 59,57.

Пример: Вычислить по формуле $6\frac{1}{2}\%$ с Рб. 2547,85 за 63 дня. Ответ: Рб. 28,98.

110. Положим, требуется вычислить интересы по такой таксе, которая делит без остатка число 36000; напр., 2% , 3% , 4% и т. п. В таких случаях вычисление упрощается и совершается по следующему правилу: капитал умножается на число дней ■ произведение делится на частное

от деления 36000 на таксу; так, в примере предыдущего параграфа интересы равны $\frac{5628,58 \times 127}{12000}$.

Вычисление следует выполнять так: умножить капитал на число дней, не обращая внимания на запятую, отделить в произведении столько десятичных знаков, сколько их содержится в обозначении капитала (выраженного в рублях) и еще столько нулей, сколько их имеется в делителе (12000), результат делить на значащую часть делителя (12):

$$\begin{array}{r} 56\,2858 \times 127 \\ 11\,25716 \\ \hline 3\,940\,006 \end{array}$$

$$714,82966 : 12 = \text{Рб. } 59.57$$

$$\begin{array}{r} 562\,86 \times 127 \\ 112\,572 \\ \hline 39\,4002 \end{array}$$

$$714,8322 : 12 = \text{Рб. } 59.57.$$

В тех случаях, когда такса и число дней не велики, можно отбросить единицы копеек (§ 33) до умножения на число дней (см. выше вычисление справа).

111. Произведение капитала на соответствующее ему число дней называют процентным числом или процентным номером (от латинского слова numerus—число) или просто номером; результат деления 36000 на таксу называют постоянным делителем, отвечающим данной таксе. При помощи этих терминов правило вычисления интересов за данное число дней выражается кратко: интересы равны частному от деления процентного числа на постоянный делитель, отвечающий данной таксе.

Таблица важнейших постоянных делителей:

1% — 36000	4 1/2% — 8000	10% — 3600
2% — 18000	5% — 7200	12% — 3000
2 1/2% — 14400	6% — 6000	15% — 2400
3% — 12000	7 1/2% — 4800	30% — 1200
3 3/4% — 9600	8% — 4500	
4% — 9000	9% — 4000	

Полезно заметить, что постоянные делители обратно пропорциональны таксам; напр., таксе 30% отвечает делитель 1200, таксе 7 1/2% — в четыре раза меньшей —

отвечает делитель $1200 \times 4 = 4800$ — в четыре раза больший; срв. также делители 3600, 7200, 14400, отвечающие соотв. таксам 10% , 5% и $2\frac{1}{2}\%$.

Пример: Вычислить: а) 5% с Рб. 689.48 за 79 дней; б) 9% с Рб. 2542.75 за 149 дней. Ответы: а) 75.65; б) 94.72.

112. Если данной таксе не отвечает постоянный делитель, оканчивающийся двумя или тремя нулями, то находят интересы по ближайшей таксе, имеющей удобный постоянный делитель, и затем переходят к данной таксе, вычислив недостающие или излишне взятые проценты из найденных по пропорциональному расчету. Напр., чтобы найти $3\frac{1}{2}\%$ с Рб. 5628.58 за 127 дней, находят сначала 3% , как показано в § 110, и прибавляют к результату $\frac{1}{6}$ его ($3 : \frac{1}{2} = 6$) или находят 4% и вычитают $\frac{1}{8}$ результата ($4 : \frac{1}{2} = 8$); в промежуточных результатах следует брать по три десятичных знака, а в окончательном результате — сумме или разности — следует третий десятичный знак отбросить.

Основное начисление à 3% (§ 110):

$714,82966 : 12 = 59,569$	3%	$\left. \begin{array}{c} + \\ \frac{1}{2} \end{array} \right\} 3 : \frac{1}{2} = 6^*$
$59,569 : 6^* = 9,928$	$\frac{1}{2}$	
Рб. 69.50 . . . 69,497	$3\frac{1}{2}\%$	

Основное вычисление à 4% :

$714,82966 : 9 = 79,425$	4%	$\left. \begin{array}{c} - \\ \frac{1}{2} \end{array} \right\} 4 : \frac{1}{2} = 8^{**}$
$79,425 : 8^{**} = 9,928$	$\frac{1}{2}$	
Рб. 69.50 . . . 69,497	$3\frac{1}{2}\%$	

Применяя вычитание, следует брать приближения или оба с недостатком, или оба с избытком (§ 38).

Выбор основной таксы в том случае, когда данной таксе не отвечает удобный постоянный делитель, следует делать так, чтобы как основное вычисление, так и последующее, посредством которого переходят к данной таксе, выполнялись возможно проще. Так, напр., в случае

$8\frac{1}{2}\%$ вычислить 9% (пост. делитель 4000) и вычесть $\frac{1}{18}$ результата; неудобно вычислять 8% (пост. делитель 4500) и прибавлять $\frac{1}{16}$ результата.

Примеры: Вычислить: а) $5\frac{3}{4}\%$ с Рб. 689.48 за 79 дней; б) $9\frac{5}{8}\%$ с Рб. 2542.75 за 149 дней. Ответы: а) 87.—; б) 101.30.

113. На практике для вычисления интересов за дни пользуются особыми таблицами, образец коих здесь приводится (Ив. Сизов, Процентные таблицы, 1912):

За 183 дня.

С капитала.	$6\frac{1}{2}\%$	
	Руб.	К.
100000	3.304.	16. ⁶⁶
90000	2.973.	75. ⁰³
10000	330.	41. ⁶⁶
9000	297.	37. ⁵⁰
8000	264.	33. ³³
7000	231.	29. ¹⁶
1000	33.	04. ¹⁶
900	29.	73. ⁷⁵
500	16.	52. ⁰⁸
100	3.	30. ⁴¹
90	2.	97. ⁸⁷
80	2.	64. ³³
70	2.	31. ²⁹
40	1.	32. ¹⁶
10	0.	33. ⁰⁴
9	0.	29. ⁷³
8	0.	26. ⁴³
7	0.	23. ¹²
6	0.	19. ⁸²
5	0.	16. ⁵²
2	0.	06. ⁶⁰
1	0.	03. ⁸⁰
	$6\frac{1}{2}\%$	

Вычислим, например, по данной таблице $6\frac{1}{2}\%$ за 183 дня с Рб. 7542.75.

с 7000 . . .	231	29	16
» 500 . . .	16	52	08
» 40 . . .	1	32	16
» 2 . . .		06	60
» 0.70		02	31
» 5			17

Вообще достаточно принимать во внимание только десятые доли копейки; их влияние на единицы копеек можно быстро оценить в уме.

с 7542.75 . 249 | 22 48 = Рб. 249.22

Взятые из таблицы числа следует положить на счета.

Пример: Вычислить по таблице $6\frac{1}{2}\%$ за 183 дня с Рб. 3547.35. Ответ: Рб. 117.21.

114. Вторым способом вычисления интересов за данное число дней. Положим, ищутся интересы с какого-нибудь капитала по 6% . Такса показывает, что интересы за 360 дней (1 год) составляет $\frac{6}{100}$ (§ 109); следов., интересы составляют одну сотую капитала за время в 6 раз меньшее, т.-е. за $360:6=60$ дней; так как сотая часть капитала вычисляется мгновенно, то отсюда следует, что при 6% быстрее всего можно вычислить интересы за 60 дней. Напр., интересы по 6% за 60 дней с Рб. 2800. — составляют Рб. 28.—, с Рб. 1682.75 составляют Рб. 16.83 и т. д.

Зная интересы за 60 дней, легко найдем интересы за число дней, делящееся на 60 (кратное 60-ти), т.-е. за 120, 180 дней и т. д.: интересы за 60 дней придется умножить на 2, на 3 и т. д. Зная интересы за 60 дней, легко найти интересы за числа дней, делящие 60, т.-е. за 30, 20, 15 дней и т. д.: интересы за 60 придется разделить на 2, 3, 4 и т. д. Если данное число дней не есть кратное или делитель 60-ти, напр., 152 дня, то это число следует разложить на части, из коих каждая была бы кратным или делителем 60-ти или делителем одной из предшествующих частей; напр., 152 дня = 120 (кратное 60-ти) + 20 (делитель 60-ти) + 12 (делитель 120-ти и 60-ти). Разложив данное число дней на части—слагаемые, вычисляем интересы, отвечающие отдельным слагаемым (с тремя десятичными знаками) и результаты складываем, в сумме отбрасываем третий десят. знак. Слагаемые следует определять так, чтобы последующее получалось из предыдущего посредством деления на 10 или на однозначное число.

Пример 1: Интересы за 152 дня с Рб. 1862.50 по 6%:

дни 60	18,625	сотая часть капитала в рублях
120	37,250	$18,625 \times 2$
20	6,208	$18,625 : 3$
12	3,725	$37,250 : 10$
152	47,183 = Рб. 47.18	

Подобным же образом вычисляются интересы по 2%, 3%, 4% и т. д.; понятно, ■ этих случаях числа дней, за которые интересы составляют сотую часть капитала и потому вычисляются мгновенно, будут уже другие: для 2% — $\frac{360}{2} = 180$ дней, для 3% — $\frac{360}{3} = 120$ дней и т. д.; чтобы получить эти числа дней, нужно число дней коммерческого года (360) разделить на данную таксу (их можно получить из таблицы постоянных делителей § 111, зачеркнув ■ делителях этой таблицы два нуля справа). Если данная такса не делит число дней в коммерч. году, напр., $3\frac{1}{2}\%$, 7% и т. д., то следует поступить так, как объяснено ■ § 112: вычислить интересы по такой таксе, которая делит 360, а затем перейти к данной таксе.

Пример 2: Найти интересы с Рб. 6875.65 за 146 дней по $8\frac{1}{2}\%$. Ищем 9% , а затем вычитаем $\frac{1}{2}\%$; число дней, за которое интересы составляют $\frac{1}{100}$ капитала, есть $360:9 = 40$ дней.

дней 40	68,756 ⁵	. . . 6875,65 : 100
120	206,270*	. . . 68,7565 $\times 3$
20	34,378	. . . 68,756 : 2
6	10,313	. . . 20,267* : 2
146	250,961	9%
	13,942	$\frac{1}{2}\%$ $\left\{ \begin{array}{l} 9 : \frac{1}{2} = 18 \end{array} \right.$
	237,019	$8\frac{1}{2}\%$. . Рб. 237.02

*) Заметим, что, если нам известны интересы за 120 дней, то известны также интересы за 12 дней: в интересах за 120 дней запятая мысленно переносится влево через одну цифру.

Пример 3: Найти интересы с Рб. 3247.32 за 72 дня по 4% .

4%			
дней 90	32,473	дней 72	32,473 . . . 5%
вычесть 18	6,494		6,494 . . . 1%
72	25,979		25,979

Отв. Рб. 25.98

Показанный здесь способ следует применять предпочтительно перед первым способом (§ 110).

Примеры. См. § 111 и § 112.

115. Примеры разложения числа дней и таксы (основное число дней брать из табл. § 111, отбрасывая в делителях два нуля).

1) $7\frac{5}{8}\%$ за 138 дн.; разложение таксы: $6\% + 1\frac{1}{2}\%$ ($6:4$) + $\frac{1}{8}\%$ ($1\frac{1}{2}:12$); разложение числа дней (для 6% основное число дней 60): $120 (60 \times 2) + 12 (120:10) + 6 (60:10)$;

2) $7\frac{3}{8}\%$ за 56 дней; разложение таксы: $7\frac{1}{2}\% - \frac{1}{8}\%$ [$7\frac{1}{2}:60$]; разложение числа дней (для $7\frac{1}{2}\%$ основное число 48): $48 + 8 [48:6]$;

3) $5\frac{3}{4}\%$ за 92 дня; разложение таксы: $6\% - \frac{1}{4}\%$ ($6:24$); разложение числа дней [для 6% основное число 60]: $60 + 30 [60:2] + 2 [60:30]$;

4) $5\frac{3}{4}\%$ за 81 день; разложение таксы: $5\% + \frac{1}{2}\%$ [$5:10$] + $\frac{1}{4}\%$ [$1\frac{1}{2}:2$]; разложение числа дней [для 5% основное число 72]: $72 + 9 [72:9]$;

5) $4\frac{3}{4}\%$ за 169 дней; разложение таксы: $4\frac{1}{2}\% + \frac{1}{4}\%$ [$4\frac{1}{2}:18$]; разложение числа дней [для $4\frac{1}{2}\%$ основное число 80]: $160 [80 \times 2] + 8 (80:10) + 1 (8:8)$;

6) $3\frac{1}{4}\%$ за 105 дней; разложение таксы: $3\% + \frac{1}{4}\%$ ($3:12$); разложение числа дней (для 3% основное число 120): $120 - 15 (120:8)$.

116. Вычисление суммы интересов с нескольких капиталов за данные числа дней по одной и той же таксе.

Пример. Вычислить сумму интересов по 6% с трех следующих капиталов: Рб. 3267.50 за 38 дней, Рб. 5684.35 за 56 дней, Рб. 8628.15 за 48 дней.

Применив способ § 110, найдем интересы с первого капитала $\frac{3267,5 \times 38}{6000}$, со второго $\frac{5684,35 \times 56}{6000}$, с третьего $\frac{8628,15 \times 48}{6000}$. Сумма интересов:

$$\frac{3267,5 \times 38 + 5684,35 \times 56 + 8628,15 \times 48}{6000} = \text{Рб. } 142.77.$$

Чтобы найти сумму интересов с нескольких капиталов за данные числа дней по одной и той же таксе, не находя интересов с каждого капитала отдельно, следует найти процентные числа, сложить их и сумму разделить на постоянный делитель, отвечающий общей таксе.

117. Чтобы ускорить вычисление суммы процентных чисел, в этих последних берут только сотни и высшие разряды рублей, а низшие разряды (десятки, единицы и десятичные доли рублей) отбрасывают, применяя правило § 33; в таком случае, очевидно, и в постоянном делителе придется отбросить два нуля справа, так что в случае 6% — пост. делитель будет 60, в случае таксы 5% — пост. делитель 72 и т. д. (см. табл. § 111).

Применив этот прием к данному примеру, получим:

Капиталы.	Дни.	Проц. числа (№№) (в сотнях).	Проц. числа точные (для справки).
Рб. 3267.50	38	1242	124165
„ 5684.35	56	3183	318323,6
„ 8628.15	48	4142	414151,2
		<u>8567 : 60 = Рб. 142.78</u>	856639,8

Разница между точным (Рб. 142.77) и приближенным результатами (Рб. 142.78) не велика, между тем при большом числе капиталов сложение значительно упрощается.

Пример: Вычислить $8\frac{3}{4}\%$ с трех капиталов: с Рб. 4856.60 за 69 дней, с Рб. 9452.45 за 129 дней и с Рб. 8265.75 за 145 дней. Ответ. Рб. 669.13 (сумма процентных чисел 27530).

118. Рассмотрим подробнее ошибку, которую мы делаем в примере §—а 117, отбрасывая в процентных числах разряды рублей ниже сотен: в первом случае мы берем больше на $124200 - 124165 = 35$ р., во втором меньше на $318323,6 - 318300 = 23,6$ р., в третьем больше на $414200 - 414151,2 = 48,8$; таким образом, приближенная сумма проц. чисел оказывается больше точной на $35 + 48,8 - 23,6 = 60,2$ руб.; чтобы узнать ошибку в интересах, нужно это последнее число разделить на постоянный делитель для 6% ; получим

в копейках $\frac{6020}{6000} = 1,00$ коп., как выше. Ошибка вообще не может быть велика потому, что при упрощении процентных чисел одни из них берутся с избытком, а другие с недостатком, вследствие чего происходит компенсация ошибок.

Пример: Вычислить ошибку в примере для упражнения предыдущего параграфа. Ответ. 0 коп.

119. При вычислении процентных чисел на практике применяются еще некоторые упрощения. Прежде всего, нередко до умножения в капитале отбрасываются копейки (при чем берется ближайшее число рублей), а после умножения отбрасывают единицы и десятки рублей (§ 117): наприм., с Рб. 3542,67 за 153 дня номер будет найден так: $3543 \times 153 = 542079$ — берут 5421; так как точное произведение $3542,67 \times 153 = 542028,51$, то, следов., номер с точностью до 50 руб. (§ 35) есть 5420, а не 5421, как получилось выше. Можно избежать ошибки, применяя практический прием, если в уме оценить влияние отбрасывания копеек до умножения на разряд сотен процентного номера (что, вообще, сделать нетрудно) и соотв. образом исправить этот разряд: так в данном примере легко сообразить, что число единиц и десятков произведения 542079 (3543×153) следует уменьшить на $153 \times 0,33$ коп.; т.-е. более чем на 29 коп., так что в точном произведении число единиц и десятков окажется менее 50 руб.; почему приближение следует взять с недостатком, т.-е. 5420. Далее следуют примеры.

Капиталы.	Дни.	Капит. в руб. \times дни.	Упрощ. произв.	Поправка последн. цифры упрощ. произв.
Рб. 3687.28 ...	73	269151	2692	Не нужно
» 3687.85 ...	73	269224	2692	»
» 3686.75 ...	73	269151	2692	Уменьшить на 1
» 3688.40 ...	73	269224	2692	Увеличить » 1

В первом случае
ного на 73 ...
это число к 2001
после прибавления
число сотен нужно
ное произведение б
если бы вычисли
оказалась бы цифр
будет 2691, а не 2
120. Для вычи
применять способ
в произведении по

Рб. 3687.28
368728
37
258111
11061

269172, 0

121. Для вы
тельными табли

Пример 1
127 дней.

Открываем

37 стр.) и выпи

и 897 < 127 =

од другим [ни

сячи, низшая

и сложив, пол

Приме
Рб. 29740.95

Из таб
вые произр
писав их
отбросит
номер

В первом случае точное произведение больше приближенного на $73 \times 0,28$ руб. (около 20 руб.); если бы мы прибавили это число к 269151, то как до прибавления 20 руб., так и после прибавления, цифра десятков в нем будет такова, что число сотен нужно увеличить на 1. В третьем случае приближенное произведение больше точного на $73 \times 0,25$ (около 20 руб.); если бы вычли это число из 269151, то на месте десятков оказалась бы цифра меньше 5-ти, и потому более точный номер будет 2691, а не 2692.

120. Для вычисления №№ с точностью до 50 руб. можно применять способ § 40. Примеры вычисления по этому способу (в произведении получаются целые рубли):

Рб. 3687.28 за 73 дня

368728
37

258111
11061

269172, берем 2692

Рб. 3542.67 за 153 дня

354267
351

354267
177135
10629

542031, берем 5420.

121. Для вычисления номеров можно пользоваться множительными таблицами Крелля (§ 50).

Пример 1: Найти точный номер для Рб. 4108.97 за 127 дней.

Открываем таблицу, озаглавленную числом дней 127 (см. 37 стр.) и выписываем готовые произведения: $410 \times 127 = 52070$ и $897 \times 127 = 113919$; подписав их надлежащим образом одно над другим [низшая цифра первого произведения—простые тысячи, низшая цифра второго произведения—простые единицы] и сложив, получим 521839,19.

Пример 2. Найти с точностью до 50 руб. номер для Рб. 29740.95 за 127 дней.

Из таблицы, озаглавленной числом дней 127, берем готовые произведения: $297 \times 127 = 37719$ и $410 \times 127 = 52070$; подписав их надлежащим образом и сложив, получим 3777107,0; отбросив здесь три последние цифры, получим искомый номер 37771.

122. Полезны для той же цели могут быть также «таблицы умножения О'Рурка» (§ 48). Для вычисления номера за 127 дней с Рб. 4108.97 следует открыть таблицу, озаглавленную числом дней 127, и выписать из нея произведения 127×41 , 127×08 , 127×97 и сложить их:

$$\begin{array}{r} 127 \times 41 \dots\dots 5207 \\ 127 \times 08 \dots\dots 1016 \\ 127 \times 97 \dots\dots 12319 \\ \hline 521839,19 \end{array}$$

При вычислении номера с точностью до 50 руб. последнее произведение можно не записывать, а только оценить его влияние на цифру сотен искомого номера.

Номер с Рб. 27428.68 за 127 дней с точностью до 50 руб.:

$$\begin{array}{r} 3429 \dots\dots\dots 127 \times 27 \\ 533 \quad 4 \dots\dots 127 \times 42 \\ 11 \quad 049 \dots\dots 127 \times 87 \\ \hline 34834 \quad 449 \dots\dots\dots 34834 \text{ — искомый номер.} \end{array}$$

123. Существуют особые таблицы для нахождения номеров с точностью до 50 руб. Таковы, напр., таблицы Barèmes Antoine, Barèmes des nombres (première partie: 1 à 200 jours, deuxième: 200 à 366 jours) изданные в Брюсселе; в этих таблицах даются произведения всех целых чисел от 1 до 2000 на всякое число дней года (первая часть до 200 дней, вторая часть от 200 дней и более; каждая часть продается отдельно) и затем произведения всех чисел от 2000 до 60000, кратных числа 2000, на те же числа дней. Пусть, напр., требуется найти по этим таблицам номер за 163 дня, соответствующий капиталу Рб. 27428.60; открываем таблицу для 163 дней и выписываем из нее номера: для 26000 (кратного числа 2000) и для 1429; эти два номера складываем. Пользуются известностью также таблицы, изданные в Цюрихе: «Guyer. Zinszahlen und Zinsen aus Zinszahlen» (Ausgabe Wechsel); эти таблицы дают номера для чисел дней до 200 включ.; устроены они так же, как «таблицы умножения» О'Рурка (§ 48). Этими таблицами, конечно, могут пользоваться и лица, незнакомые с иностранными языками. Из русских изданий назовем довольно распространенные «Таблицы процентных чисел, процентов

по процентным числам и определения числа дней для контокоррентов» И. З. Бревдо. Для того, чтобы дать понятие о первой части этих таблиц, воспроизводим здесь несколько чисел из таблицы, содержащей номера для 127 дней.

127	
Сумма.	‰‰ числа.
1.000	1.270.00
2.000	2.540.00
5.000	6.350.00
6.000	7.620.00
7.000	8.890.00
8.000	10.160.00
9.000	11.430.00
100	127.00
200	254.00
800	1.016.00
900	1.143.00
10	12.70
20	25.40
30	38.10
80	101.60
90	114.30
1	1.27
2	2.54
7	8.29
8	10.16
9	11.43

Под процентными числами Бревдо понимает сотую часть произведения капитала на соотв. число дней, так что во втором столбце даются сотые части этих произведений. Номер за 127 дней для капитала Рб. 5287.42 найдем так:

№ №	
6350	... для 5000
254	... » 200
101,6	... » 80
8,89	... » 7
6714,49	

Можно было бы еще найти номер для 40 коп., уменьшив в 100 раз число, взятое для 40 руб.; однако, и без того можно сообразить, что искомый номер 6715. Как видим, таблицы Бревдо требуют вдвое больше выборок, чем таблицы Guyer'a или О'Рурка.

Пример: Вычислить процентный номер за 127 дней с Рб. 4897.68 по таблице: а) Крелля, б) О'Рурка, в) Бревдо.

124. По данному номеру находим проценты, разделив его на соответствующий таксе постоянный делитель (§ 111). Если дело идет о вычислении интересов с одного капитала, то в проц. номере не следует отбрасывать единиц и десятков рублей, так как такое отбрасывание деления не упростит, а между тем может повлечь за собою ошибку; напр., если при вычислении интересов с Рб. 3542.67 за 153 дня по 9% взять номер 5421 (§ 119) и разделить его на 40, то получится Рб. 135.53, тогда как точное вычисление дает Рб. 135.51.

Если же дело идет о вычислении суммы интересов с нескольких капиталов, как это имеет место при начислении процентов по текущим счетам, то в проц. номерах следует отбрасывать единицы и десятки рублей, так как благодаря этому сокращается вычисление суммы номеров, и, следов., неточность результата вознаграждается сокращением труда, а кроме того здесь имеет место компенсация ошибок (§ 118).

125. Для вычисления интересов по данному номеру и процентной таксе существуют таблицы: Antoine, Barème d'intérêt, которые дают интересы с капиталов 1 — 100000 по таксам 1% — 10% с интервалом в $\frac{1}{4}\%$, Guyer'a, Бревдо и др.

Образец таблицы Guyer'a для 5% см. на стр. 95.

Найдем по этой таблице 5% с № 4348:

с 4300 59 | 722
с 48 667 число для 4800 уменьшаем в 100 раз.
60 | 389 Отв. Рб. 60.39.

Приводим еще образец таблицы Бревдо:

5%		
$\frac{0}{0}\frac{0}{0}$ числа.	$\frac{0}{0}\frac{0}{0}$	
1.000	13	88*
2.000	27	77*
3.000	41	66*
4.000	55	55*
9.000	125	—
100	1	38*
200	2	77*
300	4	16*
900	12	50
10	"	13*
20	"	27*
30	"	41*
40	"	55*
90	1	25
1	"	01
2	"	02
3	"	04
8	"	11
9	"	12*

Найдем по таблице Бревдо 5% с номера 4348:

55	55*	с 4000
4	16*	» 300
	55*	» 40
	11	» 8
60	37	

Звездочки означают, что дальше идет цифра больше 5-ти; окончательный ответ приходится угадывать, так как в слагаемых цифра десятых долей копейки не известна; известно только: больше 5-ти эта цифра или меньше. В этом главный дефект таблиц Бревдо.

Пример: Вычислить 5% с %-ного номера 6897 по таблице а) Бревдо и б) Guyer'a.

126. Условленные интересы платятся заемщиком вперед при заключении займа, либо по истечении срока займа при уплате долга; в пер-

Таблица 6.

Образец таблицы Guyer'a для 5%

		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000
		13	27	41	55	69	83	97	111	125
100	1	8889	7778	6667	5556	4444	3333	2222	1111	—
200	2	3889	1667	0556	9444	8333	7222	6111	50	3889
300	4	7778	5556	4444	3333	2222	1111	—	8889	7778
400	5	1667	9444	8333	7222	6111	50	3889	2778	1667
		19	33	47	61	75	88	102	116	5556
500	6	9444	8333	7222	6111	50	3889	2778	1667	9444
600	8	3333	2222	—	8889	77	6667	5556	4444	3333
700	9	7222	6111	3889	2778	1667	0556	9444	8333	7222
800	11	1111	—	7778	6667	5556	4444	3333	2222	1110
900	12	50	3889	1667	0556	81	9444	7222	6111	50

Образец таблицы Guyer'a для 5%

Таблица 6.

			1000		2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000	
100	1	3889	13	8889	27	7778	41	6667	55	5556	69	4444	83	3333	97	2222	111	1111	125	—
			15	2778	29	1667	43	0556	56	9444	70	8333	84	7222	98	6111	112	50	126	3889
200	2	7778	16	6667	30	5556	44	4444	58	3333	72	2222	86	1111	100	—	113	8889	127	7778
300	4	1667	18	0556	31	9444	45	8333	59	7222	73	6111	87	50	101	3889	115	2778	129	1667
400	5	5556	19	4444	33	3333	47	2222	61	1111	75	—	88	8889	102	7778	116	6667	130	5556
500	6	9444	20	8333	34	7222	48	6111	62	50	76	3889	90	2778	104	1667	118	0556	131	9444
600	8	3333	22	2222	36	1111	50	—	63	8889	77	7778	91	6667	105	5556	119	4444	133	3333
700	9	7222	23	6111	37	50	51	3889	65	2778	79	1667	93	0556	106	9444	120	8333	134	7222
800	11	1111	25	—	38	8889	52	7778	66	6667	80	5556	94	4444	108	3333	122	2222	136	1111
900	12	50	26	3889	40	2778	54	1667	68	0556	81	9444	95	8333	109	7222	123	6111	137	50

ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕРЕСОВ

вом случае заимодавец удерживает интересы из капитала, выдает заемщику капитал минус интересы, в срок получает от него капитал; во втором случае заимодавец прибавляет интересы к капиталу, выдает заемщику капитал, в срок получает от него капитал плюс интересы. Отсюда представляются такие задачи:

Задача 1. Некто взял займы Рб. 4000. — по 6% на 4 мес.; сколько он получил, если интересы были удержаны при заключении займа? Решение. Находим 6% за 4 месяца с Рб. 4000. — так, как показано в § 108, получаем Рб. 80. —; ясно, что заемщик получил: $4000 \text{ минус } 80 = \text{Рб. } 3920$.

Задача 2 (обратная по отношению к предыдущей). Некто получил займы капитал по 6% на 4 мес. По условию, интересы были удержаны при заключении займа, и заемщик получил Рб. 3920. — Найти удержанные интересы. Решение. Найдем, сколько процентов (сотых долей) капитала было удержано (§ 108); за 4 мес. $= \frac{1}{3}$ г. удержано: $6 : 3 = 2\%$. Так как данное число 3920 есть разность от вычитания интересов из капитала, то искомые интересы составляют 2% «во сто» ($\frac{1}{49}$) данного числа 3920 (§ 92) и, следов., равны $3920 : 49 = \text{Руб. } 80. —$. В данной задаче мы вычисляли «интересы во 100 за 4 мес. с Рб. 3920. — по 6% годовых».

Задача 3. Некто получил займы Рб. 4000. — по 6% на 4 мес. Интересы, по условию, должны быть уплачены по истечении срока займа. Сколько заемщик должен уплатить в срок?

Решение: Заемщик должен уплатить в срок: занятый капитал $+ 6\%$ на него за 4 мес. (§ 108) $= 4000 + 80 = \text{Рб. } 4080. —$.

Задача 4. (обратная по отношению к предыдущей). Некто получил займы капитал по 6% на 4 мес. По истечении срока займа он уплатил капитал и условленные интересы, всего Рб. 4080. —. Найти интересы.

Решение: 6% за 4 мес. $= \frac{1}{3}$ года составляют 2% (две сотых) капитала; так как данное число 4080 есть результат прибавления к неизвестному капиталу его процентов, то искомые интересы составляют 2% «на сто» ($\frac{1}{51}$) данного числа 4080 (§ 90) и, следов., равны $4080 : 51 = \text{Руб. } 80. —$.

В данной задаче мы вычисляли «интересы на 100 за 4 мес. с Рб. 4080. — по 6% годовых».

Примеры: а) Капитал с процентами из $5\frac{1}{2}\%$ за 7 мес. составляет Рб. 13672.52; найти проценты и капитал отдельно; б) за вычетом $8\frac{1}{2}\%$ за 9 мес. получено по ссуде Рб. 3042.81; найти проценты и сумму ссуды.

Ответы: а) 425.02; 13247.50; б) 207.19; 3250—.

127. Вычисление интересов «на 100» и «во 100» за данное число дней.

Пример 1. Найти $6\frac{1}{2}\%$ «во 100» с Рб. 2336.47 за 91 день.

Решение. Интересы «со ста» по $6\frac{1}{2}\%$ с неизвестного капитала за 91 день по форм. § 109 составляют по отношению к этому капиталу дробь $\frac{6\frac{1}{2} \times 91}{36000} = \frac{1183}{72000}$; следов., по отношению к капиталу минус интересы они составят дробь

$\frac{1183}{72000} - \frac{1183}{72000} = \frac{1183}{70817}$; ищем от данного числа 2336,47 эту дробь; получаем Рб. 39.03.

Если такса сокращается с числом 36000, то основная (§ 96) дробь упрощается и, стало быть, упрощается дробь, отвечающая процентам «на 100» и «во 100».

Пример 2. Найти 3% «на сто» с Рб. 2124.92 за 52 дня.

Решение. Интересы составляют от неизвестного капитала (§ 110) дробь $\frac{52}{12000} = \frac{13}{3000}$ (сокращение на 4); отсюда

дробь для вычисления интересов «на сто» (§ 96): $\frac{13}{3000 + 13} = \frac{13}{3013}$. Берем эту дробь от данного числа 2124,92; получаем: $(2124,92 \times 13) : 3013 = \text{Рб. } 9.17$ — искомые интересы.

Примеры: а) По вкладу до востребования получено ■ процентами из $6\frac{1}{2}\%$ за 65 дней Рб. 4249.29; найти проценты и сумму вклада; б) получено по векселю за вычетом $7\frac{3}{4}\%$ за 47 дней за досрочную оплату Рб. 3511.71; найти проценты и валюту векселя. Ответы. а) 49.29; 4200.—; б) 35.89 3547.60.

128. Можно применить способ, показанный в § 106. Применим его ко второму примеру предыд. параграфа; проценты будем вычислять по способу § 114.

1) 3% с 2124,92 за 52 дня.

2) 3% с 9,208 за 52 дня.

120	21,249. 2124,92 : 100
40	7,083. 21,249 : 3
12	2,125. 21,249 : 10
52	9,208

120	0,092. 9,208 : 100
40	0,031. 0,092 : 3
12	9. 0,092 : 10
52	0,040

Искомые интересы: $9,208 - 0,040 = 9,168 = \text{Рб. } 9.17.$

129. Вычисление интересов в Англии. Задача 1. Найти интересы за 5 мес. по 4% с £ 562.17.9. Решение. Находим, какое число сотых долей капитала составляют интересы за 5 мес. (§ 108): за 12 мес. 4%, за 1 мес. — $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}\%$, за 5 мес. — $\frac{1}{3} \times 5 = 1\frac{2}{3}\%$. Далее: а) применяем прием, показанный в § 84, или б) превращаем шиллинги и пенсы в десятичные доли фунта ст., применяя прием § 67 или табл. 3 (стр. 48/49); ищем интересы так, как показано в § 82 (в слагаемых брать по 4 десят. знака); результат представляем в виде составного именованного числа фунтов, шиллингов и целых пенсов (§ 65 или табл. 3).

Вторая форма вычисления.

% 1	5,6289
$\frac{1}{3}$	1,8763
$\frac{1}{3}$	1,8763
$1\frac{2}{3}$	9,3815 = £ 9. 7. 8

(По табл. 3).

Первая форма вычисления.

562 — 17 — 9 . . .	произведен. на 1
187 — 12 — 7 . . .	" " $\frac{1}{3}$
187 — 12 — 7 . . .	" " $\frac{1}{3}$
9 36 — 41 — 23 . .	" " $1\frac{2}{3}$
$\times 20$	
720	
+ 41	
761	
122	} $61 \times 12 + 23$
23	
755	

Задача 2. Найти интересы с £ 368.12.4 по $3\frac{5}{8}\%$ за 67 дней, заметив, что в Англии принимают: год = 365 дней (простой и високосный), месяц = 28, 29, 30, 31 день («по календарю»).

Решение. Общая формула вычисления интересов за данное число дней для данного случая представится (§ 109):

$$\frac{\text{капитал} \times \text{число дней} \times \text{такса}}{36500}$$

Только таксам $1\frac{1}{2}\%$ и 5% отвечают удобные для вычисления постоянные делители 73000 и 7300. Так как таксы, наиболее часто употребляемые на практике, представляют кратные или делители $1\frac{1}{2}\%$ (половины процента), то следует находить интересы по $1\frac{1}{2}\%$ за данное число дней, а затем из этих интересов вычислять интересы по данной таксе по пропорциональному расчету. Обратив данные шиллинги и пенсы в десятичные доли фунта ст. с тремя десят. знаками, получим 0,617. Найдем сначала $1\frac{1}{2}\%$ за 67 дней с 368,617 фунтов ст. по способу постоянного делителя (§ 110).

$$\frac{368,617 \times 67}{24,697339} \quad | \quad 73$$

0,3383	$1\frac{1}{2}\%$	
2,3681	$3\frac{1}{2}\%$	$0,3383 \times 7 [3\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} = 7]$
846	$1\frac{1}{8}\%$	$0,3383 : 4 [1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{8} = 4]$
2,4527	$3\frac{5}{8}\%$	

Отв. 2 ф. 9 ш. 1 п. (§ 65 или табл. 3).

Примеры: Найти интересы: а) $7\frac{1}{2}\%$ с £ 3247. 18. 9 за 7 мес., б) $6\frac{3}{4}\%$ с £ 1267. 15. 8 за 65 дней. Ответы: а) 142. 1. 11; б) 15. 4. 9.

130. Для решения остальных задач, относящихся к интересам, заметим следующее: мы видим, что по формуле § 109: капитал \times число дней \times такса = интересы \times 36000, так как делимое (числитель дроби в формуле § 109) равно произведению частного (интересы) на делитель (знаменатель формулы § 109). Отсюда ясно, что для вычисления таксы по данным: интересам, капиталу и числу дней следует: 1) интересы помножить на 36000 (см. вторую часть равенства), 2) капитал умножить на число дней (см. первую часть равенства), 3) первое произведение разделить на второе. Для вычисления числа дней следует: 1) интересы помножить на 36000, 2) капитал помножить на таксу, 3) первое произведение разделить на второе.

Для вычисления капитала следует: 1) интересы помножить на 36000, 2) число дней помножить на таксу, 3) первое произведение разделить на второе.

Обратим внимание на то, что при решении всех этих задач первое действие — одно и то же: данные интересы умножаются на постоянное число 36000 (если бы время было выражено в месяцах, то вместо $36000 = 360 \times 100$ пришлось бы взять $1200 = 12 \times 100$). Легко сообразить, из каких чисел образуется произведение во втором действии: в первую часть равенства, которым мы пользуемся для получения правил решения наших задач, входит произведение (см. выше):

капитал \times число дней \times такса

следов., если за неизвестное принимаем один из сомножителей, то второе действие будет состоять в вычислении произведения остальных двух сомножителей; если неизвестно, напр., число дней, то умножать придется капитал на таксу (см. выше план решения второй задачи).

При умножении капитала на таксу или на число дней в капитале можно копейки отбросить (взяв ближайшее число рублей).

Задача 1. Капитал Рб. 2542.85 за 137 дней принес Рб. 65.32 прибыли; по сколько процентов он был помещен? Решение. Ищется такса интересов; по первому правилу (см. выше) находим: 1) $65,32 \times 36000$ (умножаем сначала на 36, затем на 1000; при умножении на 36 замечаем, что $36 = 40 - 4$; поэтому умножаем 65,32 на 40 и вычитаем из произведения его десятую часть); 2) умножаем теперь капитал на число дней: $2543 (\S 33) \times 137 = 348391$; 3) последнее действие деление (применяем способ § 43, в частном ищем целое — одна цифра — и два десят. знака; всего три цифры);

$$\begin{array}{r|l} & \text{вба} \\ 2351520 & 348391 \\ & \hline & 675 \\ & \text{абв} \end{array}$$

Отв. $6,75 = 6\frac{3}{4}\%$

Задача 2. Во сколько дней капитал Рб. 2542.85, помещенный по $6\frac{3}{4}\%$ принес Рб. 65.32 прибыли? Решение

Ищется число дней—см. второе правило: первое действие, как в предыдущей задаче: $65,32 \times 36000 = 2351520$; второе действие: $2543 \times 6\frac{3}{4}$ (так как $6\frac{3}{4} = 7 - \frac{1}{4}$, умножаем: 2543 на 7, 2543 на $\frac{1}{4}$, из первого произведения вычитаем второе) $= 17165,25$; третье действие—деление в (частном три цифры):

2351520	<div style="text-align: center; margin-bottom: 5px;">в б а</div> <div style="text-align: right;">1716525</div> <div style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">1 3 7</div> <div style="text-align: right;">а б в</div>	О т в. 137.
---------	---	-------------

Задача 3. Какой капитал, будучи помещен по $6\frac{3}{4}\%$ на 137 дней, принес Рб. 65.32 прибыли? Решение. Ищем капитал—см. третье правило: первое действие, как в предыдущей задаче: $65,32 \times 36000 = 2351520$; второе действие: $137 \times 6\frac{3}{4}$ [$137 \times 7 - 137 \times \frac{1}{4}$] $= 924,75$; третье действие—деление:

	235152000	75 25 (§ 25).
	+ 15050	92475
	502020	2542,87
Отброшена цифра 2 . . .	+ 37625	
	396450	
Отброшена цифра 5 . . .	30100	. . . 15050 $\times 2$ (4 : 2)
	26550	
Отброшена цифра 4 . . .		

О т в. Рб. 2542.87.

Примечание. Сравнив полученный здесь капитал с капиталами, данными в предыдущих задачах, мы замечаем разницу в 2 коп. Это объясняется тем, что интересы с капиталов Рб. 2542.87 и Рб. 2542.85 отличаются такими долями копейки, которыми мы пренебрегаем. Разница эта может иногда превысить 10 коп.; напр., если вычислять интересы в точности до $\frac{1}{2}$ коп. за 117 дней по $5\frac{3}{4}\%$ с капиталов Рб. 3542.85, Рб. 3542.86 и т. д. до Рб. 3543.01 включ., то во всех случаях получится один и тот же ответ Рб. 66.21.

Примеры: а) Найти капитал, $6\frac{1}{2}\%$ которого за 183 дня составляют Рб. 117.21; б) во сколько дней получено Рб. 117.21 интересов с Рб. 3547.35 по $6\frac{1}{2}\%$; в) в Рб. 3547.35 за 183 дня получено Рб. 117.21 интересов; найти также. Ответы. а) 3547.34; б) 183 д.; в) $6,5\%$.

Ценное правило

131. Задача. В Лондоне 2240 англофунтов свинца стоят $32\frac{1}{2}$ фунта ст.; 112 англофунтов = 50,8 кг, 1 ф. ст. стоит 9 руб. 10 коп.; сколько рублей стоят 100 кг свинца в Лондоне?

Решение. Данные в задаче числа запишем в строчки — по два числа в каждой строчке. В первой строчке запишем вопрос задачи, заменив в этом вопросе слово «сколько» буквой x :

x руб. — 100 кг первая строчка.

В начале второй строчки напишем число с тем наименованием, каким закончилась первая строчка; рядом с ним в конце второй строчки запишем число ему соответствующее (число составляющее с ним пару; заметим, что данные задачи представляются в виде ряда пар чисел: 112 англоф. и 50,8 кг, 2240 англоф. и $30\frac{1}{2}$ фунтов ст. и т. д.).—

50,8 кг — 112 англоф. вторая строчка.

В начале третьей строчки напишем число с тем наименованием, каким закончилась вторая строчка; рядом с ним в конце этой строчки напишем число ему соответствующее:

2240 англоф. — $30\frac{1}{2}$ фунтов ст. третья строчка.

Так же запишем числа в четвертую строчку:

1 ф. ст. — 9,1 руб. четвертая строчка.

Последняя строчка должна заканчиваться тем наименованием, какое находится при x .

Разделяя числа чертой, получим (слева названия чисел можно опускать, так как они представляют повторение названий предыдущих строчек):

x руб.	100 кг	
50,8	112 англоф.	
2240	30,5 ф. ст.	
1	9,1 руб.	$x = 27,32$

Перемножим теперь числа, стоящие вправо от черты; затем перемножим числа, стоящие влево от черты; первое произведение разделим на второе; полученное частное представит значение x -а. Так как x равен частному произведений чисел, стоящих вправо и влево от вертикальной черты (которая соответствует знаку деления или дроби), то какое угодно правое число можно сокращать с каким угодно левым числом; так, в данном примере можно сократить 112 и 2240 на 112.

Указанное правило решения задачи называется цепным в виду того, что, расположив данные по этому правилу, мы получаем из всех строчек подобие цепи.

Прежде чем вписать составное именованное число в цепь, следует преобразовать его в простое; напр., вместо 9 руб. 10 коп. следует взять 9,1 руб. или 910 коп. Простые дроби следует обращать ■ десятичные или записывать так: числитель на ту сторону, где должна по правилу находиться дробь, а знаменатель—на другую сторону; если напр., имеется $30\frac{1}{2}$ вправо от черты, то можно было-бы обратить это число в неправильную дробь [$61\frac{1}{2}$] записать числитель дроби (61) на той стороне, где стояла дробь (в данном примере—на правой), а знаменатель дроби (2) записать на противоположной стороне (в данном примере—на левой).

132. Решим задачу предыдущего параграфа по способу «приведения к единице». Если 50,8 кг. = 112 англоф., то 1 кг. =

$$= \frac{112}{50,8} \text{ англоф.}$$

$$1 \text{ англоф. стоит } \frac{30,5}{2240} \text{ фунта ст., } 1 \text{ фунт ст. стоит } 9,1 \text{ руб.}$$

$$\text{Узнаем теперь, сколько в } 100 \text{ кг англофунтов: если } 1 \text{ кг} = \frac{112}{50,8}$$

$$\text{англоф. (см. выше), то } 100 \text{ кг} = \frac{100 \times 112}{50,8} \text{ англоф.}$$

Узнаем, сколько фунтов ст. стоит это число англофунтов: если

$$1 \text{ англоф. стоит } \frac{30,5}{2240} \text{ фунтов ст., то } \frac{100 \times 112}{50,8} \text{ англоф. стоят}$$

$$\frac{100 \times 112 \times 30,5}{50,8 \times 2240} \text{ фунтов ст.}$$

Узнаем, сколько рублей стоит

это число фунтов ст.: если 1 фунт ст. стоит 9,1 руб., то

$$\frac{100 \times 112 \times 30,5}{50,8 \times 2240} \text{ фунтов ст. стоят } \frac{100 \times 112 \times 30,5 \times 9,1}{50,8 \times 2240} \text{ руб.};$$

сравнив последнее выражение с цепью предыдущего параграфа, мы видим, что они совпадают.

133. Условия задач, которые можно решать по цепному правилу, представляются в следующем виде: дается ряд пар значений величин прямо пропорциональных и одно значение, к которому требуется найти пару; каждая величина задана двумя значениями, из коих одно значение входит в одну пару, а другое значение в другую пару. Некоторые условия не даются, а должны быть введены составителем цепи; таковы: отношения между мерами разных государств (§§ 54, 55), отношения между высшей ■ низшей единицами мер одного ■ того же государства ■ некоторые другие. Так, в задаче § 131 могло быть опущено условие 112 англоф. = 50,8 кг, как постоянное и известное из метрологии (§ 54); если-бы мы ввели ■ цепь другое отношение: 1 центнер = 50,8 кг., то в цепи оказались бы центнеры (1 ц.) и англофунты (2240), ■ нужно было-бы ввести еще строчку: 1 центнер = 112 англоф. Пропуск подобных условий обнаруживается при составлении цепи, при чем выяснение, какие именно условия опущены, не представляет трудностей, если иметь в виду требование, характеризующее цепное правило, что каждая новая строчка начинается тем наименованием, которым закончилась предыдущая строчка, а заканчивается тем наименованием, которым начинается последующая строчка. Так, напр., если-бы мы вписали ■ цепь отношение: 1 центнер = 50,8 килогр., то в цепи получится пропуск в третьей строке;

x руб.	100 кг.
кг 50,8	1 цент.
(см. предыд. строку) здесь	
должны быть центнеры здесь должны быть англоф.	

англоф.	2240	(см. след. строку).
ф. ст.	1	30,5 ф. ст.
		9,1 руб.

Ясно, что в третью строчку цепи следует вписать: 1 центнер = 112 англоф.

Пример: В Нью-Йорке 1 англо фунт хлопка стоит 30,5 центов; 100 англо-фунтов = 45,35 кг, 100 центов стоят Рб. 1.95; сколько рублей стоят 100 кг хлопка в Нью-Йорке? Отв. Рб. 131.15.

134. Задачи § 130 можно решать по цепному правилу, если заметить, что таксу можно рассматривать как число рублей прибыли, принесенной капиталом 100 рублей за 1 год (12 мес. = 360 дней); напр., в случае таксы $6\frac{3}{4}\%$ мы вписываем в условия задачи: 100 руб. за 360 дней принесли 6,75 руб. прибыли. Затем капитал и относящееся к нему число дней следует заменить их произведением, что означает замену данного капитала, приносящего известную прибыль в данное число дней, новым капиталом, приносящим ту же прибыль в один день. На основании этих замечаний можно составлять цепь следующим образом: а) при вычислении капитала или таксы оставим без внимания данные, обозначающие время, запишем остальные данные в цепь; затем, под каждым из данных капиталов подпишем то время, которое к нему относится; в) при вычислении времени оставим без внимания капитал, запишем остальные данные в цепь, затем под данными значениями времени подпишем соответствующие капиталы.

Задача 1. (§ 130). Капитал Рб. 2542,85 за 137 дней принес Рб. 65,32 прибыли; но сколько процентов он был помещен? Решение. В силу данных выше объяснений мы должны вопрос поставить так: сколько руб. прибыли получено со 100 руб. капитала в 360 дней.

Пишем, оставив без внимания время:

$$\begin{array}{l|l} \text{прибыли } x \text{ руб.} & 100 \text{ руб. капитала} \\ \text{капитала руб. } 2542,85 & 65,32 \text{ руб. прибыли.} \end{array}$$

Теперь записываем каждое число дней под капиталом, к которому оно относится.

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \text{прибыли } x \text{ руб.} & 100 \text{ капитала} \\ \text{капитала руб. } 2542,85 & 360 \text{ дней} \end{array} \right\} \quad x = \frac{100 \times 65,32 \times 360}{2542,85 \times 137}$$

Задача 2. (§ 130). Во сколько дней капитал Рб. 2542,85, помещенный по $6\frac{3}{4}\%$ принес Рб. 65,32 прибыли? Решение:

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \text{капитал } 2542,85 \text{ р.} & 65,32 \text{ прибыли} \\ \text{прибыли } 6,75 & 100 \text{ руб. капитала} \end{array} \right\} \quad x = \frac{65,32 \times 100 \times 360}{2542,85 \times 6,75}$$

Правило смешения

135. Средняя цена. Задача. Продано 4 кг товара по Рб. 5.— и 6 кг по Рб. 7.50; по какой общей цене нужно было продать эти количества, чтобы получить ту же выручку? Решение. Приведем сначала к единице данные цены. От продажи 4 кг по Рб. 5.— получается известная выручка; та же выручка получится, если продать $4 \times 5 = 20$ кг по 1 руб. (количество товара обратно пропорционально цене при одной и той же выручке); от продажи 6 кг по Рб. 7.50 получается известная выручка; та же выручка получается, если продать $6 \times 7\frac{1}{2} = 45$ кг по 1 руб.; таким образом, какая выручка получается от продажи данных количеств 4 кг, 6 кг, такая же выручка получится от продажи $4 \times 5 + 6 \times 7\frac{1}{2} = 65$ кг по 1 руб. Перейдем теперь к данному количеству $4 + 6 = 10$ кг: от продажи 65 кг по 1 руб. получается известная выручка; та же выручка получится от продажи 10 кг по цене в $65 : 10 = 6,5$ раз превосходящей 1 руб., т.-е. по Рб. 6.50 (цены обратно пропорциональны количествам при одной и той же выручке). Цена Рб. 6.50 называется средней ценой продаж; средняя цена продаж, очевидно, больше низшей из данных цен и меньше высшей. Изложенный способ решения и объяснения есть общий для всех задач на вычисление средних значений.

Решение следует располагать так:

количества	цены	колич. \times цена.
4 кг.	5.—	20
6 "	7.50	45

10 кг.

$65 : 10 = \text{Рб. } 6.50$ — средняя цена продаж.

Совершенно так же решаются задачи: 1) Куплено 4 кг товара по 5.— за кг и 6 кг по Рб. 7.50; при какой общей

на покупку
же сумма
ной поку
за сорта не
за Рб. 7.50; п
получить ни
воей ценс
покупная цен
136. 3 а
Рб. 2.— за
По какой це
прибыли, ни
Перв
цена боль
ницы меж
найдем с
обозначим
1
Количество
(числа
бутылок)
10
15
25
50
Е
цена
она м
Коли
(чис
ты

цене на покупку этих количеств товара была-бы израсходована та же сумма денег? Искомая цена называется средней ценой покупок (средней покупной ценой). 2) Смешано два сорта некоторого товара: 4 кг по Рб. 5.— за кг и 6 кг по Рб. 7.50; по какой цене следует продавать смесь, чтобы не получить ни прибыли, ни убытка? Искомая цена называется ценой смеси; очевидно, своя цена смеси есть средняя покупная цена смешиваемых веществ.

136. Задача. Смешано три сорта вина: 10 бутылок по Рб. 2.— за бутылку, 15 бут. по Рб. 2.20 и 25 бут. по Рб. 2.60. По какой цене следует продавать смесь, чтобы не получить ни прибыли, ни убытка?

Первый сокращенный способ решения. Искомая цена больше 200 коп.—низшей из данных цен; найдем разницы между наименьшей ценой и каждой из остальных цен, найдем среднюю разницу (§ 135), это и будет разница обозначим ее x) между низшей ценой и искомой ценой.

1 Количества (числа бутылок).	2 Цена в копейках.	3 Цены, выра- жен. при пом. низш. цены.	4 Разница между дан. и низш. ценой.	1 × 4
10	200	$200 + 0$	0	0
15	220	$200 + 20$	+ 20	300
25	260	$200 + 60$	+ 60	1500
50		$200 + x$	x	$x = 1800 : 50 =$ $= 36 \text{ к.}$

Искомая цена: $200 + 36 = \text{Рб. } 2.36.$

Второй сокращенный способ решения. Искомая цена меньше 260 коп.—высшей из данных цен: узнаем, на сколько она меньше, обозначив разницу через y .

1 Количество (числа бу- тылок).	2 Цена в копейках.	3 Цены, выра- жен. при пом. высшей цены.	4 Разница между дан. и высш. ценой.	1 × 4
10	200	$260 - 60$	- 60	- 600
15	220	$260 - 40$	- 40	- 600
25	260	$260 - 0$	0	0
50		$260 - y$	y	$y = 1200 : 50 =$ $= 24 \text{ к.}$

Искомая цена $260 - 24 = \text{Рб. } 2.36.$

Третий сокращенный способ решения. Когда мы сравнивали все цены с низшей ценой (первый способ), то получали разницы со знаком плюс; когда мы сравнивали все цены с высшей ценой (второй способ), то получали разницы со знаком минус. Возьмем теперь промежуточную цену (220 коп.) и будем сравнивать с ней остальные цены; тогда мы получим разницы с разными знаками; сложим отдельно разницы со знаком плюс, затем разницы со знаком минус; из большей суммы вычтем меньшую, приписав полученной разности знак большей суммы; эту разность разделим на сумму количеств; частное (средняя разница) должно быть прибавлено к той цене, с которой сравнивались все цены, если ему приписан знак плюс, и вычтено из этой цены, если ему приписан знак минус.

1 Количество (числа бутыл к).	2 Цены в копейках.	3 Цены, выраж. при помощи цены 220 к.	4 Разница между данной ценой и ценой 220 к.	1×4
10	200	$220 - 20$	$- 20$	$- 200$
15	220	220	0	0
25	260	$220 + 40$	$+ 40$	$+ 1000$
50		$220 \pm z$	$\pm z$	$z = 800 : 50 = 16 \text{ к.}$

Искомая цена $220 + 16 = \text{Рб. } 2.36.$

Пример: Продано: 3542 кг по 107.25 за 100 кг, 4869 кг по 126.85 за 100 кг и 3869 кг по 102.75 за 100 кг; найти среднюю продажную цену. Отв. 113.60.

137. Средняя крепость спирта. Крепость смеси чистого спирта (алкоголя) с водой определяют в процентах всего объема смеси, при чем процент называют градусом. Если, напри., говорят: спирт в 40 градусов, то это нужно понимать так, что 40% всего объема смеси занимает чистый спирт, а остальные 60%—вода.

Задача. 40 гектолитров спирта в 50 градусов смешано с 30 гектолитрами спирта в 43 градуса. Найти крепость смеси. Решение по первому способу (§ 136):

1	2	3	
Количества в гектолитр.	Качества в градусах.	Разницы.	1×3
40	50	+ 7	+ 280
30	43	0	0
<u>70</u>	<u>43 + x</u>	<u>x</u>	<u>x = + 280 : 70 = + 4</u>

Отв. $43 + 4 = 47$ гр.

Пример: Смешано 25 л в 45 градусов, 15 л в 50 градусов и 10 л в 60 градусов; найти крепость смеси. Отв. $49\frac{1}{2}$.

138. Задача. Сплавлено: 10 кг чистого серебра, 18 кг серебра 950-й пробы (§ 146) и 2 кг меди. Какой пробы вышел сплав? Решение по первому способу (медь уподобляется серебру нулевой пробы):

Количества в килогр.	Качества (пробы).	1×2
10	1000	10000
18	950	17100
2	0	0
<u>30</u>	<u>0 + x</u>	<u>x = 27100 : 30 = 903\frac{1}{3}</u> — искомая проба.

Пример: Сплавлено: 5,25 кг пробы 0,925, 6,5 кг пробы 0,900 и 6,525 кг пробы 0,950; найти пробу сплава. Отв. 0,925 (приблизж.).

139. Средний срок. Задача. Рб. 2000.— отданы в рост на 20 дней; Рб. 3000.— на 50 дней и Рб. 5000.— на 40 дней; на какой общий срок (одинаковый для всех данных капиталов) следовало-бы поместить эти капиталы, чтобы получить тот же доход?

Капиталы в рублях.	Сроки в днях.	Разница между данными срок. и сроком 40 дней.	1×3
2000	20	— 20	— 40000
5000	40	0	0
3000	50	+ 10	+ 30000
<u>10000</u>	<u>40 ± x</u>	<u>± x</u>	<u>x = — 10000 : 10000 = — 1 д.</u>

Искомый срок — средний срок помещения капиталов = $40 - 1 = 39$ дней.

140. Задача. Рб. 2000.— отданы в рост сроком по 21 апреля, Рб. 3000.— сроком по 21 мая и Рб. 5000.— сроком

по 11 мая на одинаковых условиях; на какой срок («средний срок») следовало бы поместить те же капиталы, чтобы получить тот же доход? Решение. Возьмем промежуточный срок 11 мая и узнаем, на сколько дней искомый срок короче или длиннее этого срока (§ 136, третий способ); для этого найдем разницу в днях между сроком 11 мая и остальными сроками и выведем среднюю разницу (§ 136); результат покажет, на сколько дней искомый средний срок длиннее или короче взятого нами срока 11 мая. Месяц—коммерческий (§ 109).

1 Капиталы в рублях.	2 Сроки.	3 Те же сроки, выражен. при помощи срока 11 мая.	4 Разн. между дан. сроками и срок. 11 мая 1×4 .
2000	21 апр.	11 мая — 20 д.	— 40000
5000	11 мая.	11 мая	0
3000	21 мая.	11 мая + 10	+ 30000
<u>10000</u>			<u>— 10000 : 10000 = — 1 д.</u>

Искомый срок короче 11 мая на 1 день, т.-е. 10 мая.

141. Комиссионер продал часть товара за Рб. 685.42 сроком 12 августа, другую часть за Рб. 547.85 ср. 15 сентября, третью—за Рб. 947.15 ср. 23 ноября и четвертую—за Рб. 1247.35 ср. 15 декабря. Найти средний срок уплаты этих сумм. Решение: (§ 136, третий способ) все сроки сравниваем с сроком 15 сентября.

1 Капиталы в рублях.	2 Сроки.	3 Разница между дан. сроком и сроком 15 сентября.	1×3 (в целых руб.)
685,42	12 авг.	— 33	— 22619
547,85	15 сент.	0	0
947,15	23 нояб.	+ 68	+ 64406
1247,35	15 декаб.	+ 90	+ 112262
<u>3427,77</u>			<u>+ 154049 : 3428 = 45 д</u>

Искомый срок: 15 сент. + 45 дней = 30 октября.

При умножении капиталов на соотв. числа дней можно до умножения единицы копеек отбрасывать, а в произве-

дении отбросить и десятки копеек; при делении—отбросить в сумме капиталов копейки.

Примеры: Найти средний срок уплаты следующих капиталов: а) 2000.— ср. 16/VI, 4200.— ср. 3/VII и 5000.— ср. 16/VII; б) 5342.75 ср. 15/V, 4869.30 ср. 23/VI и 6894.50 ср. 20/VII. Ответы: а) 6 июля. б) 22 июня.

142. Задача. Рб. 4843.56 помещены на три мес. по $6\frac{1}{2}\%$, Рб. 5862.30 на 6 мес. по 6% и Рб. 2862.75 на 9 мес. по 7% ; по какой общей годовой таксе следовало поместить те же капиталы на те же числа месяцев, чтобы получить тот же доход, что и прежде? Решение. Уравняем в задаче время: перейдем, напр., к одному месяцу: узнаем, какие капиталы нужно поместить на один месяц, чтобы получить тот же доход, который был получен за данные числа месяцев. Так как капитал и время обратно пропорциональны при одной и той же сумме дохода, то, следов., наша задача может быть заменена следующей: $4843,56 \times 3$ руб. помещены на 1 мес. по $6\frac{1}{2}\%$, $5862,3 \times 6$ р. на 1 мес. по 6% и $2862,75 \times 9$ на 1 мес. по 7% ; найти среднюю годовую таксу помещения капиталов. К этой задаче можно применить общий прием (§ 135).

До умножения капиталов на соотв. числа месяцев отбросить копейки.

1 Капиталы.	2 Таксы.	3 Разн. между дан. такс. и $6\frac{1}{2}\%$.	1×3 .
$4844 \times 3 = 14532$	$6\frac{1}{2}\%$	0	0
$5862 \times 6 = 35172$	6%	$-\frac{1}{2}$	-17586
$2863 \times 9 = 25767$	7%	$+\frac{1}{2}$	$+12883$
<u>75471</u>			<u>$-4703 : 75471 = -0,062$</u>

Искомая средняя годовая такса: $6,5 - 0,062 = 6,438\%$.

Примечание. Заметив, что все данные числа месяцев делятся на 3, проще было бы уравнивать время, перейдя к 3 месяцам.

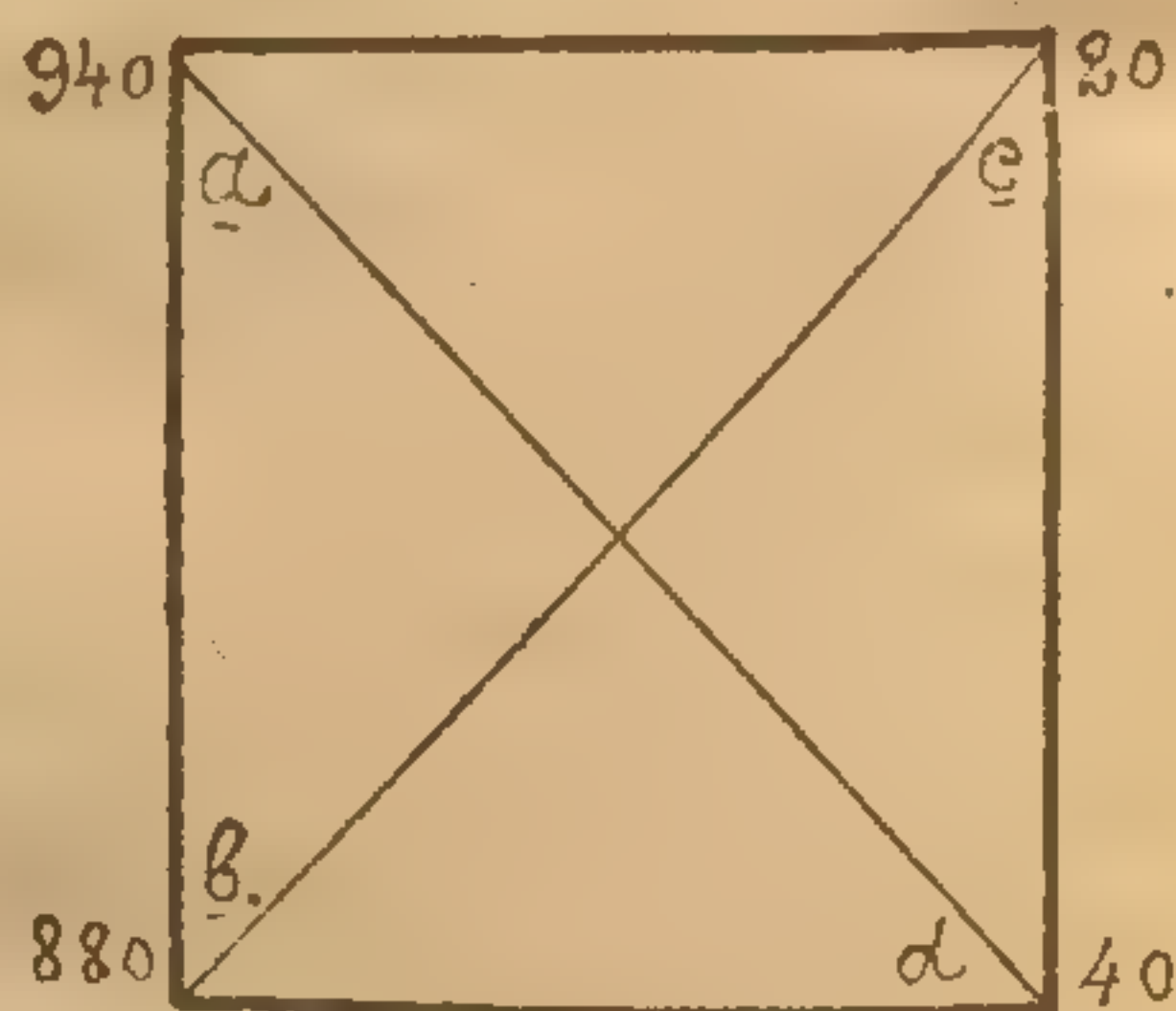
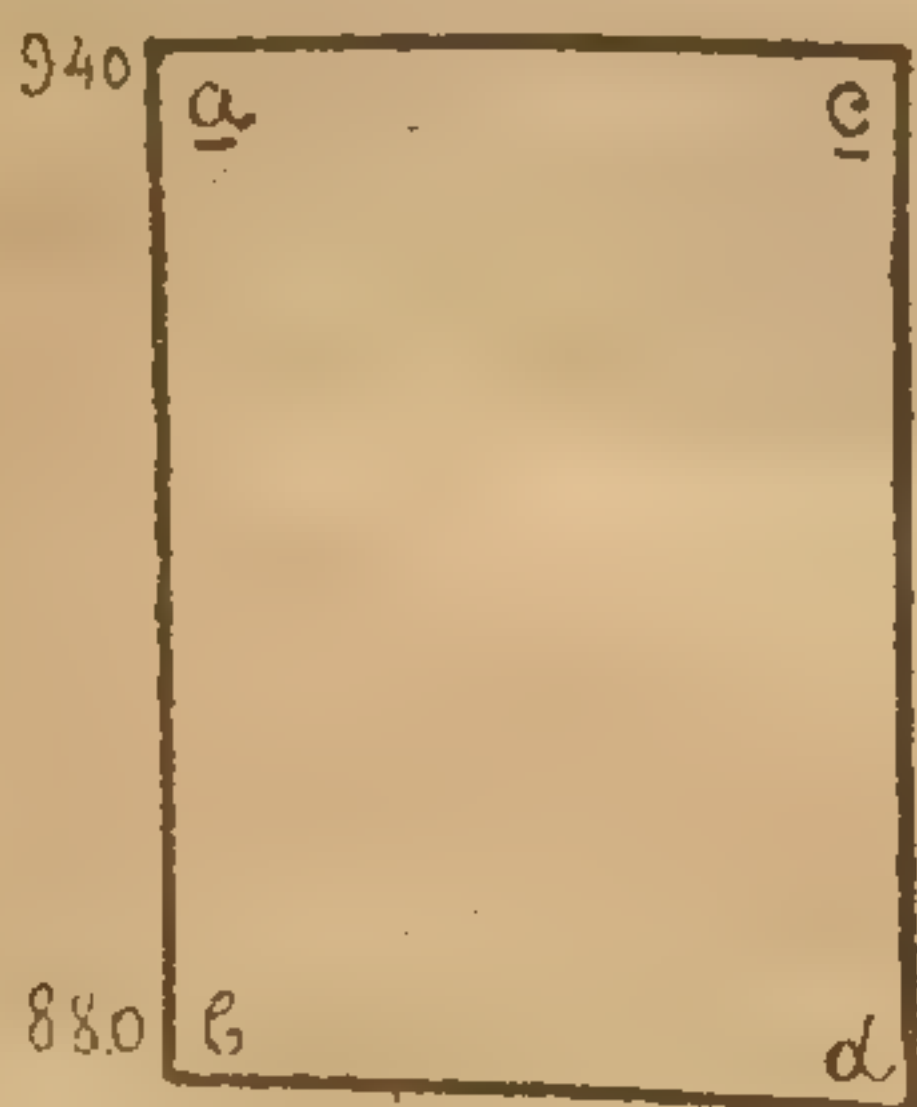
Пример: Найти среднюю таксу помещения след. капиталов: 1267,80 на 7 мес. по 7% , 2548,25 на 5 мес. по $4\frac{1}{2}\%$ и 5686,75 на 1 год по 4% . Отв. $4,27\%$.

143. В частном случае, если количества (числа килограммов, бутылок, числа рублей капиталов) равны, то

среднее значение цены, пробы, срока и т. п. найдем, сложив данные цены, пробы, сроки и т. п. и разделив сумму их на число данных; так, если смешано, напр., по 10 бутылок вина ценою в 2 руб., 2 р. 20 коп. и 2 руб. 40 коп., то своя цена смеси равна: $(200 + 220 + 240) : 3 = 220$ коп.; ■ таких случаях среднее значение называется средним арифметическим данных чисел.

Пример: Продано 1000 кг по 68.75 за 100 кг и 1000 кг по 75.80 за 100 кг; найти среднюю продажную цену. Отв. $72.27\frac{1}{2}$ (среднее арифм. данных цен).

144. Задача. В каком отношении следует сплавить серебро 940 и 880 пробы (§ 146), чтобы получить сплав пробы 900-й? **Решение.** Начертим прямоугольник; в его центре поместим пробу сплава (среднюю пробу); на линии *ав* запишем пробы сплавленных слитков: в верхней части высшую пробу, ■ низшей части—низшую пробу (фиг. 1).



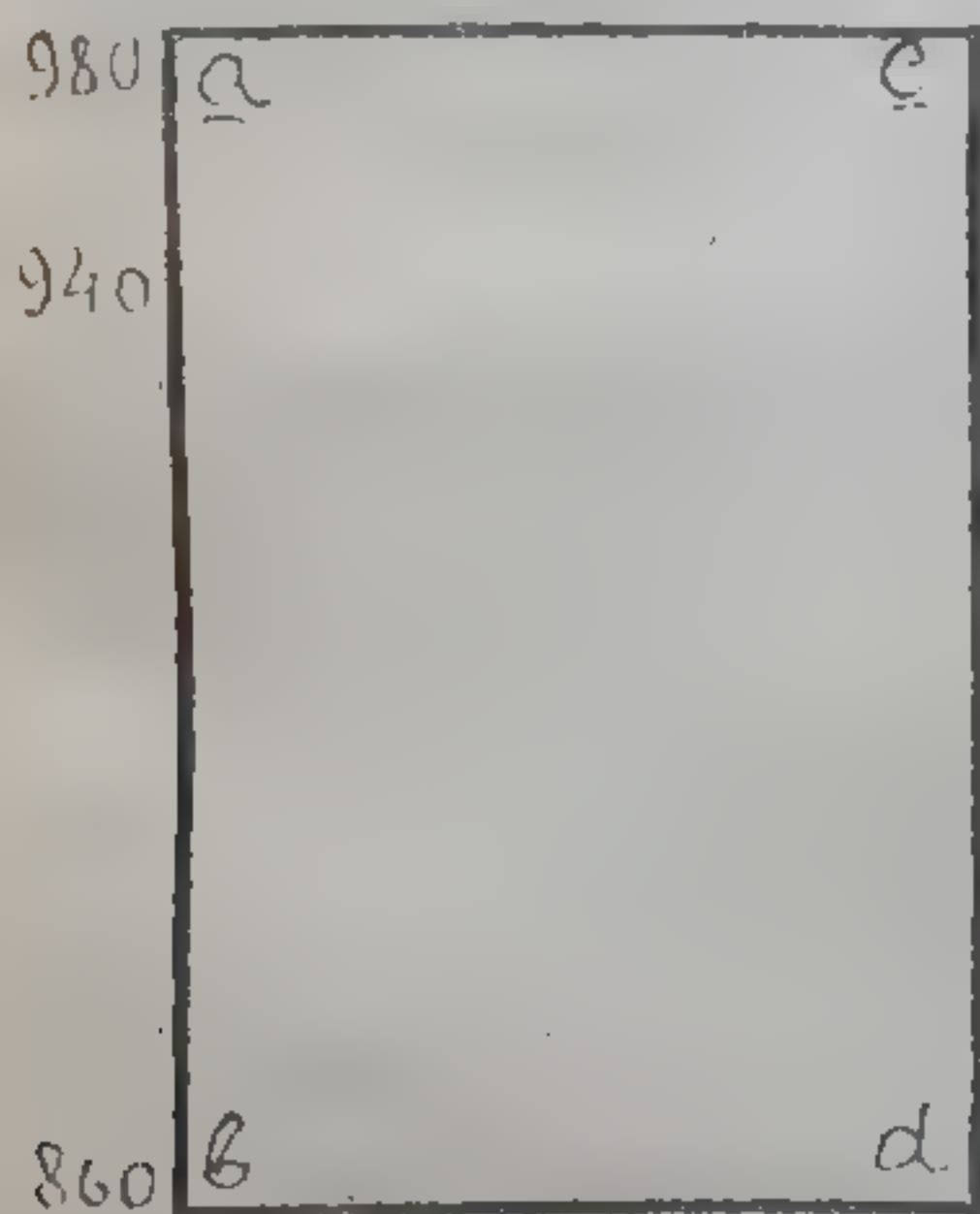
Проведем линии через пробу 900 и через каждую из проб, стоящих на линии *ав* до пересечения с линией *cd*; сделаем вычитание чисел, стоящих на каждой из этих линий, вычитая меньшее число из большего и помещая результаты на концах линий; числа, стоящие на линии *cd*, указывают искомый результат: серебра 940-й пробы нужно взять 20 весовых частей, серебра 880-й пробы—40 таких же частей [см. число, стоящее рядом с пробой на другой стороне прямоугольника]. Числа 20 и 40 можно уменьшить или увеличить в одно и то же число раз; наприм., взять 1 часть серебра 940-й пробы и 2 части

серебра 880-й пробы; следов., если потребуется образовать слиток весом в 6 кг 900-й пробы, то нужно будет взять серебра 940-й пробы 2 кг, а серебра 880-й пробы—4 кг.

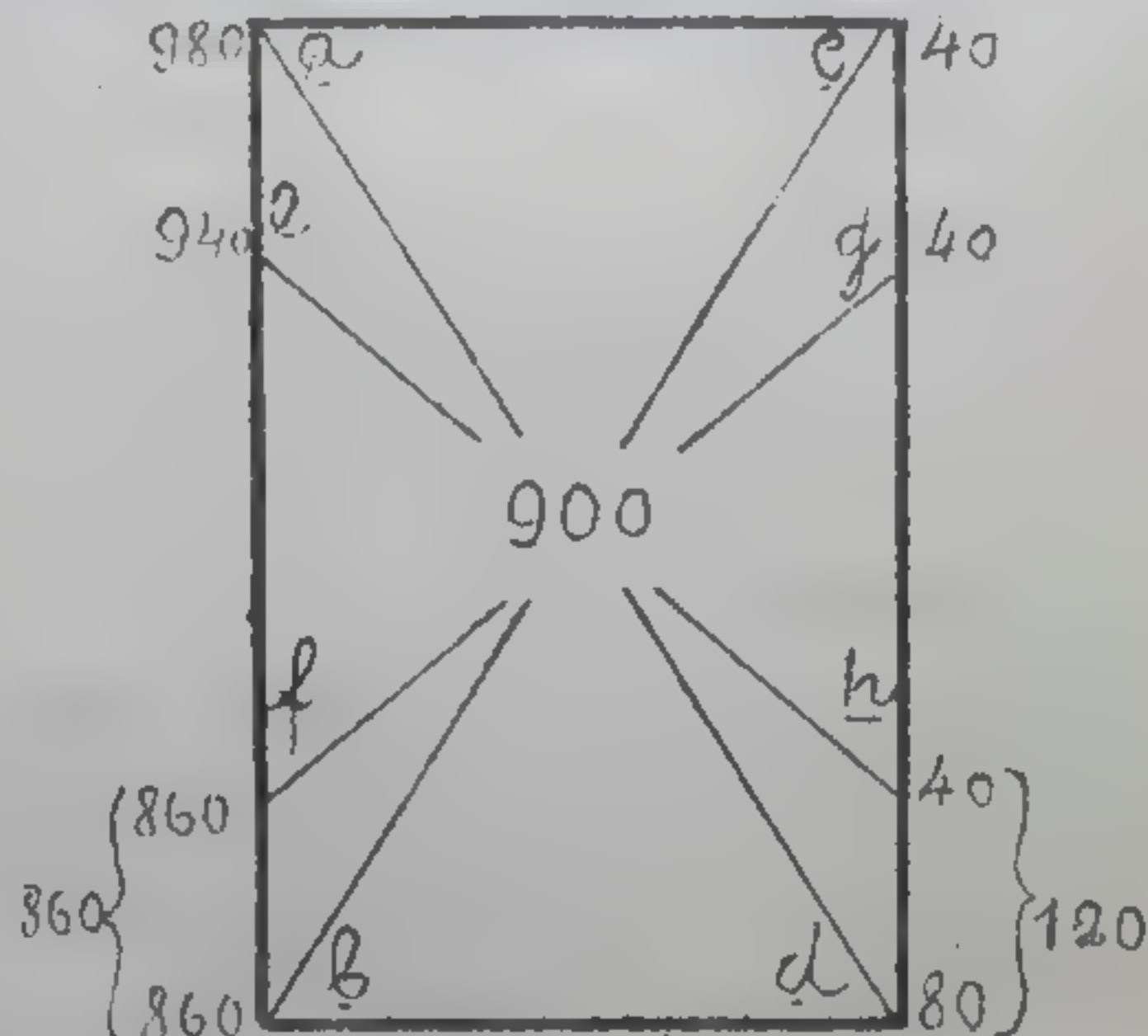
Объяснение. По условию в каждом килограмме сплава должно быть 900 граммов чистого серебра; следов. в килогр. серебра 940-й пробы оказывается 40 граммов серебра лишних, в 20 кг—лишних $40 \times 20 = 800$ г серебра; в килограмме серебра 880-й пробы недостает 20 г, в 40 кг недостает $20 \times 40 = 800$ г серебра; сплавив 20 кг серебра 940-й пробы с 40 кг серебра 880-й пробы, мы получим сплав, в каждом килограмме которого будет содержаться 900 г чистого серебра, т.-е. он будет 900-й пробы.

145. Задача. В каком отношении нужно взять золото 980-й, 940-й и 860-й пробы, чтобы составить сплав 900-й пробы.

Решение. Построим прямоугольник, напишем в его центре пробу сплава (900), на его левой стороне пробы сплавляемых слитков: в верхней части—высшие пробы (980, 940) по отношению к пробе сплава, а в нижней части—низшую пробу (860).



Фиг. 3



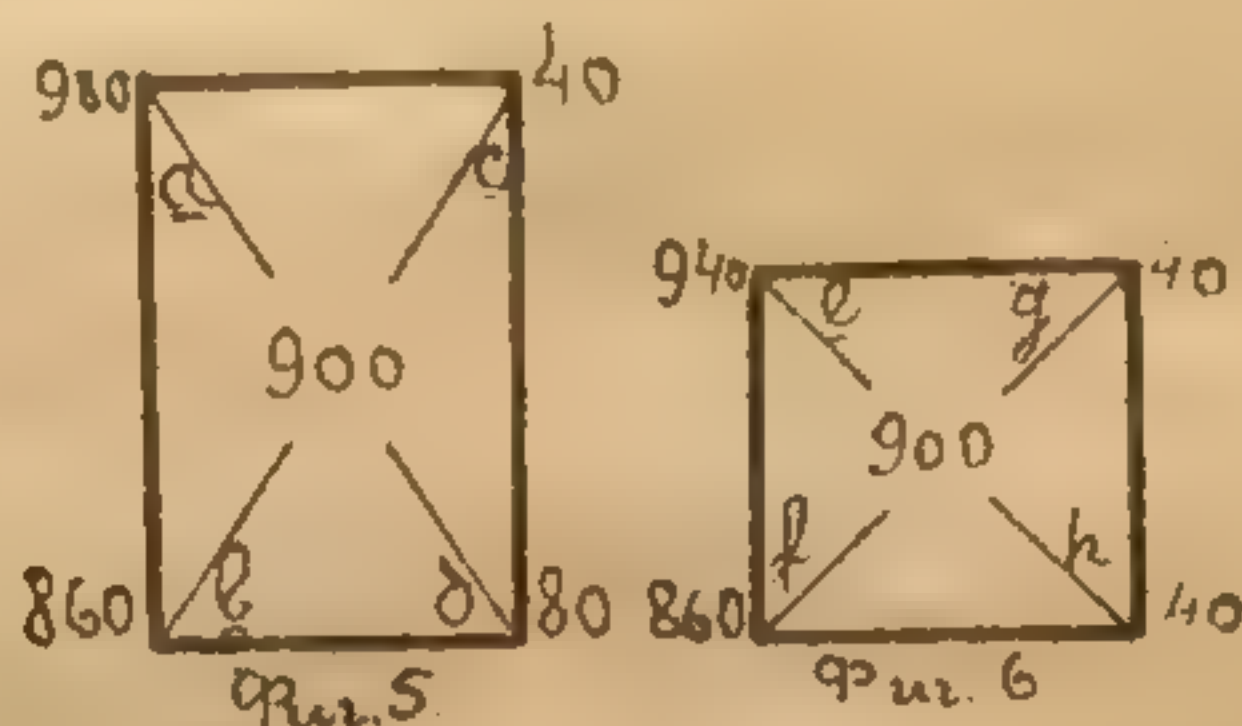
Фиг. 4.

Напишем еще раз пробу 860 для того, чтобы вверху и внизу было одинаковое число проб. Сделав вычитание так, как объяснено в предыдущем параграфе, найдем: золота 980-й пробы взять 40 весовых частей, 940-й пробы—столько же, 860-й пробы— $40 + 80 = 120$ частей или, уменьшая пропорционально числа, получим соотв. $1 : 1 : 3$; всего 5 частей, так что золота пробы 860 нужно взять $\frac{3}{5}$ веса слитка сплава, 980-й и 940-й пробы—по $\frac{1}{5}$ того же веса. Рассмотренная задача

неопределенная, т.-е. допускает ряд решений, из коих нами показано одно решение.

Построенный прямоугольник может быть разложен на два прямоугольника таких, как в § 144; легко показать так, как это было сделано в § 144, что числа, поставленные на правой стороне каждого из этих прямоугольников, дают возможность образовать сплав требуемой (900-й) пробы; следов., соединение этих чисел дает числа, которые представят одно из решений задачи.

Рассмотрим, напр., прямоугольники $abcd$ и $efhg$; к каждому из них применимы объяснения § 144.



Пример: В каком отношении нужно смешать кофе ценой 8.20, 9.60 и 10 —, чтобы получить смесь ценою 9.—? Отв. 80 : 80 : 160 или проще 1 : 1 : 2.

Чтобы со
для прак
(оловом,
посторон
Ко

в сплаве
частей
ленном
нием

96 для
нах—1

П
русска
проба

1
ничное
единич
также
ции—ч
францу

1
900-ю,
нателе
дробь
соста
так, в
ставляе
составл

Вычисление проб

146. Драгоценные металлы в чистом виде очень мягки. Чтобы сообщить им твердость и больший объем, необходимые для практических целей, их сплавляют с посторонним металлом (оловом, медью); такой сплав называется лигатурным, посторонняя примесь—лигатурой.

Количество чистого драгоценного металла, содержащееся в сплаве, определяется пробой. Проба есть число весовых частей чистого драгоценного металла, содержащееся в определенном числе весовых частей сплава, называемом основанием пробы. В России за основание пробы принято число 96 для изделий и 1000 для монет, во многих других странах—1000.

Проба читается как порядковое числительное; говорят: русская восемьдесят четвертая проба, французская девятисотая проба и т. п.

147. Так как в России за основание пробы принято единичное отношение между фунтом и золотником, во Франции—единичное отношение между килограммом и граммом, то пробу также обозначают: в России—числом золотников, во Франции—числом граммов; говорят: русская проба 84 золотника, французская проба 875 граммов и т. п.

148. Возьмем какую-нибудь пробу, напр., французскую 900-ю, и напишем дробь: в числителе запишем пробу, в знаменателе — основание пробы; получим дробь $\frac{900}{1000} = \frac{9}{10}$. Эта дробь указывает, какую часть веса данного сплава составляет вес чистого драгоценного металла так, в случае пробы $\frac{9}{10}$ вес чистого драгоценного металла составляет $\frac{9}{10}$ всего веса сплава, а остальное ($1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$) составляет вес лигатуры. Дробь $\frac{9}{10}$ также называется пробой.

149. Итак, мы видим, что пробу можно обозначать и выговаривать: 1) как порядковое числительное, 2) как число определенных единиц веса и 3) как отвлеченную дробь.

Говорят:

Пишут:

Девятисотая проба	900
Проба девятьсот граммов . . .	900 г
Проба девятьсот тысячных . . .	0,900

150. Для решения задач, относящихся к пробам по цепному правилу (§ 131), нужно заметить, что следующие данные в условиях задачи опускаются (§ 133):

1) Отношение между количеством чистого драгоценного металла и количеством сплава, определяемое данной пробой (§ 146); поэтому, если в условия задачи входит русская проба 84 и вес слитка выражен в килограммах, то в цепь следует вписать:

84 кг чистого драгоц. металла 96 кг сплава.

2) Отношение между единицами веса тех государств, о которых идет речь в задаче; если, напр., в задаче идет речь об английском и метрическом весе, то в цепь следует вписать (§ 55):

1 унция = 31,1035 грамм.

3) Отношение между единицами веса одного и того же государства, если в числе имеющихся данных и добавленных [см. выше 1 и 2] оказываются единицы веса разных наименований; если, напр., в условия задачи входят граммы и килограммы, то в цепь следует вписать: $1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$ (так как преобразование килограммов в граммы делается мгновенно, то в последнем случае можно избежать вписывания новой строки, если заменить в условии килограммы граммами или наоборот).

На основании этих замечаний следует дополнять условия задачи. Понятно, все три замечания придется применять в случае сложных задач; в частных же случаях придется применить только одно или два замечания.

Записывая количества драгоценного металла в цепь, следует наблюдать, чтобы новая строчка начиналась таким металлом, каким закончилась предыдущая строчка; так, если вторая строчка закончилась сплавом

известной пробы, то третью строчку следует начинать сплавом той же пробы; если вторая строчка закончилась чистым драгоценным металлом, то третью строчку следует также начинать чистым драгоценным металлом.

151. Преобразование проб есть не что иное, как преобразование дробей. Так, преобразование русской пробы в пробу французскую есть преобразование дроби со знаменателем 96 в дробь со знаменателем 1000. Напр., пробе 84 по русскому основанию отвечает проба 0,875 по французскому основанию (следует под числителем подписать знаменатель и полученную простую дробь, по сокращении, обратить в десятичную с тремя десятичными знаками; если дробь окажется бесконечной, то третий десятичный знак следует взять в виде смешанного числа), русской пробе 88 отвечает французская проба $0,916\frac{2}{3}$ и т. п. Можно решать по цепному правилу (§ 131):

числитель x	1000 знаменатель	
знаменатель 96	84 числитель x	$x = \frac{1000 \cdot 84}{96} = 875$

Какой числитель отвечает знаменателю 1000, если знаменателю 96 отвечает числитель 84?

Примеры: Преобразовать: а) французскую 0,900 в русскую; б) английскую пробу золота $\frac{22}{21}$ во французскую; в) английскую пробу серебра $\frac{222}{210}$ во французскую. **Ответы:** а) 86,4; б) $0,916\frac{2}{3}$; в) 0,925.

152. Задача 1. Вес слитка серебра 17,425 кг, проба 0,875; найти содержание чистого серебра. **Решение.** Ищем дробь 0,875 от числа 17,425, находим: $17,425 \times 0,875 = 15,246875$ кг. Проще найти, какую часть веса слитка составляет вес лигатуры ($1 - 0,875 = 0,125 = \frac{1}{8}$), взять от данного веса эту часть ($17,425 : 8$), вычесть вес лигатуры из веса слитка: $17,425 - 2,178125 = 15,246875$ кг.

Задача 2. Вес слитка серебра 17,425 кг, содержание чистого серебра 15,246875 кг; найти пробу по русскому основанию. **Решение.** По цепному правилу.

чистое серебро x кг	96 кг сплава $x = \frac{15,246875 \times 96}{17,425} = 84$
сплав 17,425	15,246875 кг чистого серебра

Сколько килогр. чистого серебра содержится в 96 кг сплава, если в 17,425 кг сплава содержится 15,246875 кг чистого серебра.

Задача 3. Содержание чистого серебра в слитке 15,246875 кг, проба 84 по русскому основанию; найти лигатурный вес (x) слитка.

Решение по цепному правилу:

$$\begin{array}{l|l} \text{сплав } x \text{ кг} & 15,246875 \text{ кг чистого серебра} \\ \text{чистое серебро 84} & 96 \text{ кг сплава } x = \frac{15,246875 \times 96}{84} = 17,425 \text{ кг} \end{array}$$

Сколько килограммов сплава отвечает весу чистого серебра 15,246875 кг, если 84 кг чистого серебра отвечают 96 килограммам сплава.

Второе решение: нам дано значение $\frac{84}{96} x$ (15,246875); чтобы получить целый x , т.-е. $\frac{96}{96} x$, следует к данному числу прибавить еще $\frac{12}{96} x$, что составляет $\frac{1}{7}$ ($84 : 12$) данного веса чистого серебра: $15,246875 + 15,246875 : 7 = 15,246875 + 2,178125 = 17,425$ кг сплава.

Примеры: а) Вес слитка 8,5 кг, проба 0,950; найти содержание чистого золота; б) содержание чистого золота 8,075 кг, проба 0,950; найти вес слитка; в) вес слитка 8,5 кг, содержание чистого золота 8,075 кг, найти пробу по французскому основанию. **Ответы.** а) 8,075 кг; б) 8,5 кг; в) 0,950.

153. Иногда бывает необходимо преобразовать слиток одной пробы в слиток другой пробы высшей или низшей, не изменяя содержания чистого драгоценного металла. Ясно, что для того, чтобы понизить пробу слитка, не изменяя в нем содержания чистого драгоценного металла, следует прибавить к весу слитка некоторое количество лигатуры; для того, чтобы повысить пробу слитка, не изменяя в нем содержания чистого драгоценного металла, следует удалить из веса слитка некоторое количество лигатуры. Мы покажем, что это количество можно выразить в долях веса слитка и, стало быть, легко решить задачу.

Задача 1. Сколько серебра 900 пробы (по франц. основанию) выйдет из 27 кг пробы 950? **Решение.** Представим дробь: в числителе напишем разность данных проб ($950 - 900 = 50$), в знаменателе пробу нового слитка (900), т.-е. $\frac{50}{900} = \frac{1}{18}$; возьмем эту дробь от данного веса: $27 : 18 = 1,5$ кг — это и есть то количество лигатуры, которое нам нужно для решения задачи. Теперь сообразим, нужно ли прибавить это количество к 27 или вычесть из него: так как проба нового слитка (900) хуже

пробы данного слитка, то в новом слитке должно быть больше лигатуры; следов., найденный вес лигатуры 1,5 кг нужно прибавить к данному весу 27 кг; получим $27 + 1,5 = 28,5$ кг пробы 900. В 28,5 кг пробы 900 и в 27 кг пробы 950, как можно убедиться (§ 152), содержатся одинаковые количества чистого серебра (25,65 кг); такие слитки называются равноценными, так как ценность лигатуры при оценке слитка драгоценного металла в расчет не принимается.

Объяснение. По условию в каждом килограмме веса данного слитка содержится 950 г чистого серебра (§ 147); следов.; в 27 кг его содержится 27×950 г чистого серебра. В каждом килограмме веса нового слитка содержится 900 гр. чистого серебра; следов., из 27×950 гр чистого серебра выйдет столько килограммов серебра пробы 900-й, сколько раз 900 содержится в числе 27×950 , т.-е. $27 \times \frac{950}{900} = 27 \times \left[1 + \frac{50}{900} \right] = 27 + 27 \times \frac{50}{900} = 27 + 1,5 = 28,5$ кг как найдено выше.

Задача 2. Сколько серебра пробы 950-й выйдет из 28,5 кг пробы 900? Решение. Образуем дробь, как объяснено выше получим $\frac{950 - 50}{950} = \frac{1}{19}$ (проба нового слитка в этой задаче—950, почему в знаменателе дроби пишем 950), берем $\frac{1}{19}$ от веса 28,5, получаем: $28,5 : 19 = 1,5$. Так как проба нового слитка лучше пробы данного слитка, то в новом слитке будет лигатуры меньше, почему 1,5 кг следует вычесть из 28,5 чтобы получить вес нового слитка пробы 650-й: $28,5 - 1,5 = 27$ кг (см. первую задачу).

Объяснение. В данном случае имеется $28,5 \times 900$ г чистого серебра, которые и войдут в новый слиток, распределяясь по 950 г на каждый килограмм; всего, стало быть, в новом

слитке окажется килограммов лигатурного веса: $28,5 \times \frac{900}{950} =$
 $= 28,5 \times \left(\frac{900 + 50 - 50}{950} \right) = 28,5 \times \left[1 - \frac{50}{950} \right] = 28,5 - 28,5 \times$

$\times \frac{50}{950} = 28,5 - 1,5 = 27$ килогр., как было найдено выше.

154. В Англии проба слитков золота $0,916\frac{2}{3}$ называется стандартной пробой золота, а проба слитков серебра

0,925 называется стандартной пробой серебра. Прежде пробы слитков золота обозначались по основанию 24 и стандартной пробой золота называлась проба 22-я; при переходе к французскому основанию пришлось дробь $\frac{22}{24}$ обратить в десятичную с тремя десятичными знаками (§ 151), откуда и получилась дробь $0,916\frac{2}{3}$. Прежде проба слитков серебра обозначалась по основанию 240, и стандартной пробой серебра называлась проба $\frac{222}{240}$; при переходе к французскому основанию получилась дробь 0,925. Пробы монет и изделий до сих пор обозначаются по старому основанию.

Задача 1. Сколько унций (о_з) стандартных (т.-е. унций стандартной пробы) выйдет из слитков серебра весом 1268,5 унций пробы $0,912\frac{1}{2}$?

Решение. Стандартная проба серебра есть 0,925; следов., дробь, определяющая уменьшение лигатуры (мы переходим от низшей пробы $0,912\frac{1}{2}$ к высшей пробе 0,925) найдется так:

$$\frac{925 - 912\frac{1}{2}}{925} = \frac{12\frac{1}{2}}{925} = \frac{12\frac{1}{2} \times 8}{925 \times 8} = \frac{100}{7400} = \frac{1}{74}$$

(сравнивая дроби, можно брать только их числители; так, вместо 0,925 можно взять 925, вместо $0,912\frac{1}{2}$ просто $912\frac{1}{2}$).

Далее находим:

$$\begin{array}{rcl} 1268,5 \text{ унций} & \dots\dots\dots & \text{данный вес.} \\ - \frac{1}{74} \quad 17,14 & \text{»} & \dots\dots\dots \text{лигатура } 1268,5 : 74. \\ \hline 1251,36 & \text{унций стандартных, т.-е. пробы } 0,925. \end{array}$$

Задача 2. Сколько унций стандартных выйдет из 800 унций золота пробы 0,920?

Стандартная проба золота: $0,916\frac{2}{3}$; следов., дробь, определяющая увеличение лигатуры: $\frac{920 - 916\frac{2}{3}}{916\frac{2}{3}} = \frac{3\frac{1}{3}}{916\frac{2}{3}} =$
 $= \frac{3\frac{1}{3} \times 3}{916\frac{2}{3} \times 3} = \frac{10}{2750} = \frac{1}{275}$. Берем от данного веса $\frac{1}{275}$ и результат прибавляем к нему.

$$\begin{array}{rcl} 800 & \text{унций} & \dots\dots\dots \text{данный вес} \\ + \frac{1}{275} \quad 2,9091 & \text{»} & \dots\dots\dots \text{лигатура: } 800 : 275 \\ \hline 802,9091 & \text{унций стандартных, т.-е. пробы } 0,916\frac{2}{3} \end{array}$$

Задача 3. Вычислить, сколько стандартных унций выйдет из 20 русских фунтов золота пробы 90-й, если известно, что 1 унция = 700 долей?

Решение. Обозначим стандартную пробу по русскому основанию; получим (§ 151): $\frac{22}{24} = \frac{88}{96}$; следовательно требуется преобразовать 20 ф. пробы 90-й в унции пробы 88-й. Преобразуем сначала 20 ф. в унции: $9216 \times 20 = 184320$ долей; $184320 : 700 = 263,3143$ унции пробы 90-й. Чтобы перейти от 90 к пробе 88, к последнему весу следует прибавить дробь его: $\frac{90 - 88}{88} = \frac{1}{44}$; так как $263,3143 : 44 = 5,9844$, то искомое число унций: $263,3143 + 5,9844 = 269,2987$ унций.

Задача 4. Вычислить сколько унций стандартных выйдет из 28,500 кг серебра пробы 0,960, если известно (§ 55), что 1 унция = 31,1035 грамма.

Решение. Перейдем от килогр. к унциям: $28500 : 31,1035 = 916,296$ унц. пробы 0,960; прибавив к этому весу $\frac{960 - 925}{925} = \frac{7}{185}$ его значения на лигатуру, получим искомое число унций: $916,296 + 34,671 = 950,97$ унций стандартных.

Примеры: а) сколько унций (oz) стандартных выйдет из 1520 oz серебра пробы 0,940; б) сколько унций стандартных выйдет из 1845 oz золота пробы 0,945; в) сколько унций стандартных выйдет из 12 кг золота пробы 0,900 [1 oz = 31,1035 г].

Ответы: а) 1544,65 oz; б) 1902,0273 oz; в) 378,7940 oz.

155. Найдем по цепному правилу, сколько унций стандартных выйдет из 28,5 кг серебра пробы 0,960 пользуясь указаниями, сделанными в § 150. До приобретения навыка в составлении цепей, можно пользоваться следующим приемом: вписать условия задачи в строчки, дополнить эти условия, пользуясь замечаниями § 150 и применяя их в том порядке, какой указан в этом параграфе (1, 2, 3); затем полученные числа следует расположить в виде цепи (§ 131).

Условия задачи дают нам только одну строчку:

x унций — 28,5 кг серебра сплава (пробы 0,960).

Применив первое замечание § 150 к пробе 0,960 и к стандартной пробе (0,925), о которых идет речь в задаче, прибавим еще две строчки:

1000 кг сплава (пробы 0,960). . 960 кг чистого серебра.

1000 унц. сплава (пробы 0,925). . 925 унц. чистого серебра.

Применив второе замечание § 150, прибавим еще одну строчку:

$$1 \text{ унция} = 31,1035 \text{ грамма.}$$

Наконец, применив третье замечание § 150, прибавим одну строчку:

$$1 \text{ кг} = 1000 \text{ г.}$$

Запишем эти пять строчек в цепь:

унций сплава (пробы 0,925)	x	28,5 кг сплава (пробы 0,960).
кг сплава (пробы 0,960) . .	1000	960 кг чистого серебра.
килограмм чистого серебра.	1	1000 г « »
грамм чистого серебра. .	31,1035	1 унц. « »
унций чистого серебра . . .	925	1000 » сплава (пробы 0,925).

Цепь читается так: сколько унций стандартных выйдет из 28,5 кг сплава, если 1000 кг такого сплава содержит 960 кг чистого серебра, если 1 кг чистого серебра равен 1000 г чистого серебра, и т. д.

Сокращаем: 1) 1000 и 1000; 2) 925 и 28,5 на 5; после этого получаем на правой стороне: $5,7 \times 960 \times 1000 = 5472000$, на левой стороне $31,1035 \times 185 = 5754,1475$; в целой части частного получится три цифры; если искать частное с двумя десятичными знаками, то всего в частном будет пять цифр; применяем способ § 43.

5472000	<div style="text-align: center; margin-bottom: 5px;">д г в б а</div> <div style="text-align: center; margin-bottom: 5px;">57541475</div> <div style="text-align: center; margin-bottom: 5px;">9 5 0, 9 7</div> <div style="text-align: center;">а б в, г д</div>	Отв. 950,97 оз станд.
---------	--	-----------------------

Пример: Сколько унций стандартных выйдет из 12 кг золота пробы 0,900?
Отв. 378,7940 (1 оз = 31,1035 г).

ого серебра.
ого серебра.
им еще одну

прибавим одну

(пробы 0,960).
о серебра.

»

«

(пробы 0,925).

28,5 кг сплава.
если 1 кг чистого

5 на 5; после
 $000 = 5472000$,
в целой части
тное с двумя
ет пять цифр;

анд.

золота пробы 0,9000?

Цена в переплете
1 р. 25 коп.



В КРАСНОЯРСКОМ

УН-ТЕ

БИБЛИОТЕКЕ